
REEMPLAZO DE EQUIPOS EN ENTORNO INFLACIONARIO

José Rigoberto Parada D.*
Francisco Ramis L.**

RESUMEN

En el presente trabajo se estudia, para un horizonte finito, el problema de reemplazo de equipos después de impuestos considerando la realidad chilena, la cual tiene la particularidad de incorporar el mecanismo de corrección monetaria. Además se sugiere poner más énfasis en la fase de generación de la información de entrada. Se hace uso de hojas electrónicas que facilitan la modelación de diferentes patrones de cambios que puedan afectar los flujos operacionales tanto del equipo actual como del equipo alternativo que se pudiere usar.

*Profesor de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad de Concepción
**Profesor de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción.

I.— Introducción

Una de las decisiones básicas de inversión es la elección de activos y máquinas que forman el activo fijo. Para tomar esta decisión existen una serie de técnicas y modelos matemáticos que ayudan a elegir entre diferentes opciones. En forma tradicional estos problemas se reducen a:

- a) Decisiones de inversión en nuevos equipos
- b) Decisiones de reemplazo de los equipos existentes.

En los casos a) y b) existen factores comunes, que condicionan la toma de decisión, entre los que se pueden mencionar las siguientes:

- Período de planificación, generalmente finito.
- Costos de operación, generalmente crecientes a medida que aumenta la utilización de los equipos.
- Patrones de cambios tecnológicos, previamente definidos y generalmente constantes.
- Secuencia de valores de mercado o valores de salvamento de los equipos, los cuales son generalmente decrecientes en el tiempo.
- Vida de servicio del equipo, generalmente dada por el fabricante.
- Variables de entorno socio-económicas, como pueden ser las condiciones macroeconómicas (niveles de empleo, tasas inflacionarias, desequilibrios de balanza de pagos, etc.), sistema impositivo, características de la masa laboral, etc.

Una decisión de reemplazo es la elección entre mantener un equipo actual, comúnmente llamado el defensor, o reemplazarlo por uno o más equipos nuevos, comúnmente llamados las alternativas. Cabe destacar que previo a una decisión de reemplazo se ha tomado otra decisión respecto al servicio que los equipos prestan a la empresa. Esto significa que el servicio ha sido considerado útil para los fines de continuidad de la empresa en el tiempo, y el problema fundamental se reduce a la determinación de la alternativa más económica para proveer dicho servicio. Generalmente, los ingresos asociados a cada una de las alternativas son los mismos, razón por la cual estos problemas se estudian desde el punto de vista de costos.

En los problemas de reemplazo el horizonte de planificación, generalmente, se extiende mucho más allá de la vida de servicio de los equipos, ya que se supone que la empresa tiene continuidad en el tiempo. En consecuencia, no es primordial calcular el momento de retiro o vida económica de un equipo, sino cuál será el momento óptimo de su reemplazo.

En el tratamiento tradicional de los problemas de reemplazo (Thuesen y Fabrycky, 1984), se asume que existe un horizonte de planificación infinito. Además, no se consideran cambios futuros en la tecnología ni en las condiciones socioeconómicas; estos supuestos simplifican el proceso de análisis, reduciéndose el problema a encontrar la vida económica del equipo actual, y la vida económica del o los equipos alternativos.

El documento que presentamos tiene como objetivo exponer el problema de reemplazo de equipos para un horizonte de planificación finito, considerando los efectos de la inflación y la tributación vigente. Además, se sugiere el uso de las "Hojas Electrónicas" como un elemento de ayuda en la generación y estructuración de toda la información necesaria para la toma de decisión de reemplazo.

II.— Cálculo de la Vida Económica

Se define como vida económica de un equipo al intervalo de tiempo que minimiza el "Costo Anual Equivalente" (CAE) de un equipo. Este último consiste en calcular para diferentes períodos un costo promedio anual, el que está definido por la expresión siguiente:

$$CAE(i)_j = (M_0 - M_j) \text{Fac}(i,j) + iM_j + \sum_{k=1}^j C_k / (1+i)^k \text{Fac}(i,j) \quad (1)$$

donde i es la tasa de descuento (costo de capital), j el número de períodos en el cual se calcula el CAE, M_0 es el valor de mercado inicial y que es igual a la inversión inicial V , M_j es el valor de mercado al final del período j , $\text{Fac}(i,j) = i(1+i)^j / [(1+i)^j - 1]$ es el factor que para una tasa i transforma una renta unitaria presente en una serie de j pagos iguales, y $1/(1+i)^j$ es el factor de actualiza en j períodos una renta unitaria.

Los dos primeros términos del lado derecho de la expresión (1) conforman el llamado factor de recuperación del capital más retorno (FRC $_j$), y el último término es el costo anual equivalente de operación (CAEO $_j$).

Para ilustrar el cálculo de la vida económica, supongamos el siguiente ejemplo: un equipo tiene un valor de mercado inicial de \$ 10.000, una vida de servicio de 5 años y los costos y valores de mercado a precios nominales dados en la Tabla N° 1.

TABLA N° 1 EJEMPLO

Fin de Año	1	2	3	4	5
Valor de Mercado	\$ 8.000	\$ 7.000	\$ 6.200	\$ 5.000	\$ 4.200
Costos de Operación	\$ 2.500	\$ 2.700	\$ 3.200	\$ 4.200	\$ 5.900

Si no hay impuestos, no existe mecanismo de corrección monetaria y el costo de capital es 30%, entonces el método del CAE lleva a los resultados que se indican en la Tabla N° 2.

TABLA N° 2 CALCULO DE VIDA ECONOMICA

(1) Año (j)	(2) FRC	(3) ACAEO	(4) CAE(30)
1	\$ 13.000	\$ 2.500	\$ 7.500
2	7.348	2.587	6.891
3	5.506	2.740	*6.693*
4	4.616	2.976	6.789
5	4.106	3.300	6.941

En la Tabla N° 2 se observa que la vida económica del equipo es 3 años (menor costo anual equivalente). Sin embargo, como se verá más adelante, la situación cambia al considerar la existencia de corrección monetaria e impuesto a la renta.

1 Impuestos a la Renta e Inflación con Corrección Monetaria

De acuerdo al Artículo N° 41, de la Ley de la Renta N° 18.293 (ver referencia 3), los activos fijos deben ser revalorizados de acuerdo a las variaciones del Índice de Precios al Consumidor; todos los aumentos de valor por inflación son abonados a las utilidades y, en consecuencia, constituyen ingresos afectos a impuesto de primera categoría. El mecanismo de corrección monetaria es un proceso más completo que lo señalado anteriormente, ya que éste obliga a un ajuste de casi todos los activos, pasivos y capitales y reservas. En este trabajo se considera relevante la corrección monetaria que afecta los activos fijos.

Para la determinación del valor afecto a revalorización y su implicancia en el problema en estudio, para cada período se deben considerar conceptos tales como: valor de libro, valor de desecho, pérdida o ganancia de capital, plazos de depreciación y tasa efectiva de impuesto, cuyas precisiones son las siguientes:

- Valor de libro Fin de Año = (Valor Libro Comienzo de Año) + (Corrección Monetaria) - (Reserva por Depreciación)
- Valor de Desecho = De acuerdo a la Ley de Renta, todo bien que esté totalmente depreciado debe estar registrado en § 1, valor que no será reajustado.
- Pérdida o Ganancia de Capital = Valor de Mercado - Valor de Libro.
Si Valor de Mercado > Valor de Libros => Ganancia de Capital.
Si Valor de Mercado < Valor de Libros => Pérdida de Capital.

El concepto de Ganancia o Pérdida de Capital es un rubro afecto a impuestos; así pues, si existe ganancia por venta de equipo se debe pagar Im-

puesto a las Utilidades (1ra. Categoría e Impuesto Unico). Inversamente, habrá ahorro de impuestos cuando hay pérdida de capital.

Cada vez que se considere el retiro de un equipo activado, es razonable suponer que éste será vendido originando con ello ahorro o desahorro de Impuesto, lo que, naturalmente, afecta el flujo de fondos relevante en el modelo de reemplazo. Se entiende por flujo de fondos a la utilidad operacional después de impuestos, más los ahorros y/o desahorros de impuestos atribuibles a partidas contables que no implican movimiento de fondos, entre los cuales se pueden mencionar: depreciación, corrección monetaria y pérdidas o ganancias de capital.

Los plazos de depreciación son fijados por el Servicio de Impuestos Internos (SII). Como ejemplo se muestra en la Tabla N° 3 algunas vidas útiles dadas por Impuestos Internos.

TABLA N° 3 VIDAS DEPRECIABLES

Industria Manufacturera	Vida Util
Camiones uso General	7 años
Camionetas, Automóviles y Microbuses	10 años
Herramientas Pesadas	10 años
Herramientas Livianas	5 años
Maquinarias en General, tales como Telares, Tornos, Motores, Taladros, Prensas, etc.	20 años
Galpones de Estructura Metálica	25 años

El impuesto a las utilidades en Chile está dado formado principalmente por dos impuestos: el impuesto de primera categoría y el impuesto único que se aplica sobre los gastos que según la ley deben ser deducidos de las utilidades. El impuesto promedio resultante para el año 85 es de 31.1%. Producto de la reforma tributaria del año 84, a partir del año 86 esta tasa baja a alrededor del 13% (Jeria y Asociados, 1985). En este trabajo y con el objeto de simplificar la presentación, se usará una tasa promedio de los dos impuestos mencionados.

2. Cálculo de Flujo de Fondos

Para la determinación de los Flujos de Fondos se requiere conocer, para cada período, los siguientes elementos: valor de libros, corrección monetaria y pérdida o ganancia de capital. En la Tabla N° 4 se desarrollan las fórmulas que permiten generalizar estos conceptos; se ha utilizado la siguiente notación:

- V = valor inicial del equipo en momento 0.
- f_j = tasa de inflación esperada en período j.
- n = vida útil depreciable, en años.
- t = tasa de impuestos a las utilidades.
- M_j = valor de mercado o de reposición en j.
- P_j = pérdida (Ganancias) de capital en j.

Si se toma el primer año de la Tabla N° 4 se observa que el total a depreciar $V(1+f)$ está compuesto por el valor de libros inicial (V) más el cargo por corrección monetaria (fV). Este monto se deprecia en forma lineal sobre un total de n años; en consecuencia, el cargo por depreciación para el primer año es $V(1+f)/n$. Por otro lado, el valor de libros al final del primer año es igual a la diferencia entre el monto total a depreciar $V(1+f)$ y la depreciación del período. En forma similar se desarrollan las expresiones para los períodos siguientes.

Generalizando las expresiones de la Tabla N° 4 se tiene:
La corrección monetaria está dada por:

$$CM_j = f_j (n - (j-1)) V \left[\sum_{k=1, j(1+f_k)/n} \right]$$

TABLA N° 4 DETERMINACION DE VALOR DE LIBROS Y DEPRECIACION FIN AÑO

	1	2	3
Valor Inicial	V	$V(1+f) (1-1/n)$	$V(1+f)^2 (n-2)/n$
Corrección Monetaria	fV	$fV(1+f) (n-1)/n$	$fV(1+f)^2 (n-2)/n$
Total a Depreciar	$V(1+f)$	$V(1+f)^2 (n-1)/n$	$V(1+f)^3 (n-2)/n$
Plazo de Depreciación	n	$n-1$	$n-2$
Depreciación	$V(1+f)/n$	$V(1+f)^2/n$	$V(1+f)^3/n$
Valor Libro Final	$V(1+f) (1-1/n)$	$V(1+f)^2 (n-2)/n$	$V(1+f)^3 (n-3)/n$

si $f_1 = f_2 = \dots = f$, entonces

$$CM_j = f(n - (j-1)) V(1+f)^{j-1}/n \quad (2)$$

La depreciación de ejercicio está dada por:

$$D_j = V \left[\sum_{k=1, j(1+f_k)/n} \right]$$

Si $f_1 = f_2 = \dots = f$, entonces

$$D_j = V(1+f)^j/n \quad (3)$$

La pérdida (−) o ganancia (+) de capital es definida por:

$$P_j = M_j \cdot V \left[\sum_{k=1, j(1+f_k) (n-j)/n} \right]$$

Si $f_1 = f_2 = \dots = f$, entonces

$$P_j = M_j \cdot V(1+f)^j(n-j)/n \quad (4)$$

donde $V(1+f)^j(n-j)/n$ es el Valor de Libro en el período j .

Si tomamos el CAE considerando las fórmulas (2), (3) y (4), éste será modificado debido a que se produce un cambio en los flujos de fondos. En efecto, el flujo de fondos después de impuestos en el período j FF_j , está conformado por los siguientes rubros:

- 1.- Costos operacionales después de impuesto = $C_j(1-t)$
- 2.- Ahorro de impuesto por cargo de depreciación = $-tD_j$
- 3.- Desahorro de impuesto por ajuste de inflación = tCM_j
- 4.- Ahorro (desahorro) de impuesto por pérdida (ganancia) de capital = tP_j

Por tanto, el Flujo de Fondos j (en términos de costos) es:

$$FF_j = C_j(1-t) - tD_j + tCM_j + tP_j \quad (5)$$

Reemplazando (2), (3) y (4) en (5) se tiene

$$FF_j = C_j(1-t) - tV(1+f)^j/n + tV(1+f)^{j-1}(n - (j-1))/n + t(M_j - V(1+f)^j(n-j)/n) \quad (6)$$

Reduciendo (6) se tiene:

$$FF_j = C_j(1-t) + tM_j - t(V(1+f)^{j-1}(n - (j-1))/n)$$

donde, reconociendo que $t(V(1+f)^{j-1}(n - (j-1))/n)$ es el valor de libro al inicio del período j , el Flujo de Fondos del período j queda de la siguiente forma:

$$FF_j = C_j(1-t) + t(M_j - \text{Valor Libro Período } (j-1)) \quad (7)$$

De la expresión (7) se deduce que si no existe impuesto ($t=0$), el Flujo de Fondos del período j es igual al costo de operación que fue calculado en Tabla N° 1; sin embargo, mientras más grande sea la pérdida de capital, mayor será el ahorro de impuestos. Por lo tanto, en economías inflacionarias y con mecanismos de corrección monetaria, como el chileno, el reemplazo de equipos tiende a retardarse si el valor de mercado del equipo crece a una tasa menor que el valor de la inflación. Esto último debido a que el valor del libro será mayor, permitiendo de esta forma un mayor ahorro de impuestos por la mayor pérdida en la venta del equipo.

Se deduce, además, que si el equipo se vende a su valor de libro de comienzo de período, entonces el efecto de los impuestos no altera el cálculo de la vida óptima ni el de reemplazo; si este caso se presentara en la realidad, no es necesario considerar el efecto de los impuestos.

Luego, el CAE considerando los impuestos y la inflación está dado por:

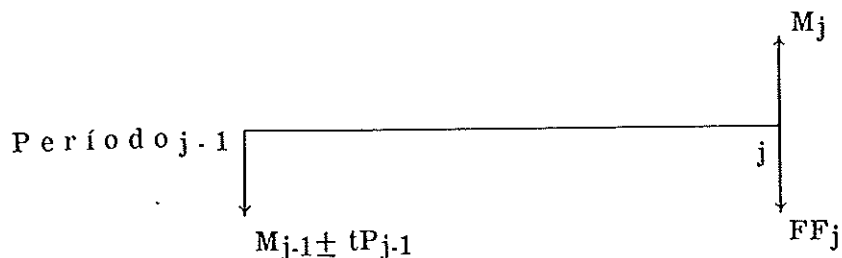
$$CAE(i)_j = (M_0 \cdot tP_0 - M_j) Fac(i, j) + iM_j + \sum_{k=1, j} FF_k / (1+i)^k Fac(i, j) \quad (8)$$

La expresión (8) es el caso general del CAE. Contrastada con la expresión (1), vemos que éstas difieren en dos elementos: a) el ahorro (desahorro) de impuestos por pérdida (ganancia) de capital en el momento cero que es agregado como un costo de oportunidad, b) el flujo de fondos el cual considera, además del costo de operación, la depreciación, la corrección monetaria, la tasa de impuesto y la pérdida (ganancia) de capital al final de cada período.

Resulta de particular interés redefinir el CAE en términos del Valor Actual Neto Incremental para el período j $VANI(i)_j$, el cual representa el costo total actualizado de usar el equipo por un período adicional. Como se verá más adelante, la determinación del VANI es la base para la resolución del problema de reemplazo mediante programación dinámica.

El VANI para el período j está dado por la expresión (9). Con referencia a la Figura N° 1, el VANI es función del valor de mercado menos el ahorro (desahorro) de impuestos al comienzo del período j ($M_{j-1} - tP_{j-1}$) y de la diferencia entre el flujo de fondos y el valor de mercado al final del período j , todo actualizado j períodos.

Figura N° 1. VAN Incremental



$$VANI(i) = [M_{j-1} - tP_{j-1} + (FF_j - M_j)/(1+i)]/(1+i)^{j-1} \quad (9)$$

Luego, en función de los VAN incrementales, el CAE para j períodos se puede redefinir por:

$$CAE(i)_j = \sum_{k=1, j} VANI(i)_k Fac(i, j) \quad (10)$$

Con el objeto de ilustrar la determinación de la vida económica de un activo mediante la expresión (10), consideremos el mismo ejemplo de la Tabla N° 1, pero agregando los siguientes elementos:

- Existe el mecanismo de corrección monetaria y se estima que la inflación será de 20% al año.
- La vida depreciable es de 4 años y la vida de servicio de 5 años.
- Se presenta el costo anual equivalente en dos situaciones, en la primera sin impuesto ($t=0$) y en la segunda con una tasa de 30% ($t=.30$).
- El valor de libro inicial del equipo es \$ 11.000.

Para el presente ejemplo, en la Figura N° 2 se contrastan los flujos antes y después de impuestos para los dos primeros años. Con referencia a la figura anterior, usando las expresiones (2) a (8) y los datos de la Tabla N° 5, para el período 1 el flujo de fondos es el siguiente:

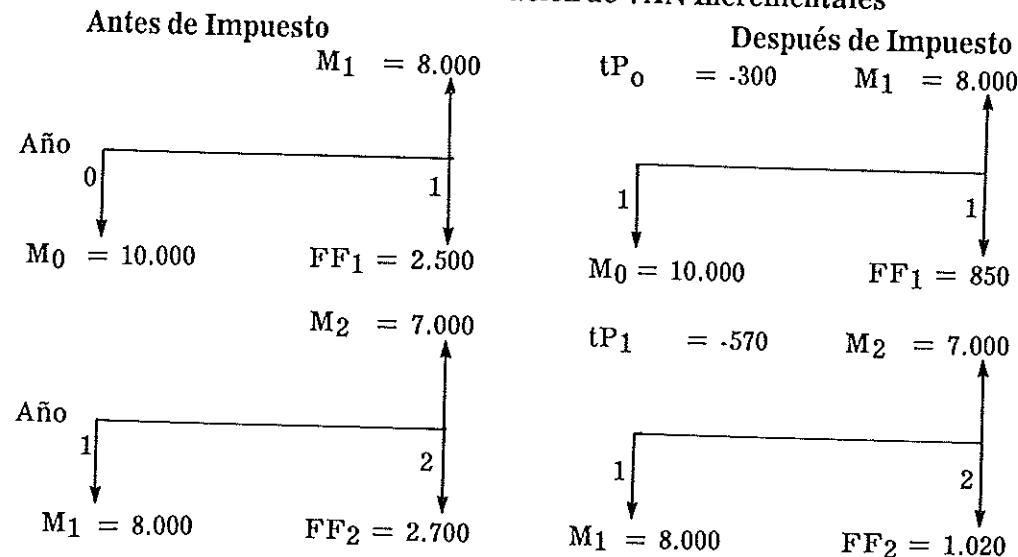
$$FF_1 = 2.500(1 - 0,30) - 0,30(3.300) + 0,30(2.200) + 0,30(8.000 - 9.900) = \$ 850.$$

Por lo tanto, de (9) y de (10) el VANI y el CAE resultan ser:

$$VANI(30)_1 = 10.000 \cdot (-1.000)0,3 + (850 - 8.000)/1,3 = \$ 4.800$$

$$CAE(30)_1 = 4.800 Fac(30,1) = \$ 6.240$$

Figura N° 2. Determinación de VAN Incrementales



Para el segundo período se tiene:

$$FF_2 = 2.700(1 - 0,30) - 0,30(-1.980) - 0,30(3.960) + 0,30(7.000 - 7.920) = \$ 1.020$$

$$VANI(30)_2 = [8.000 - 0,30(-1.900) + (1.020 - 7.000)/1,30]/1,30 = \$ 3.054$$

$$CAE(30)_2 = (VAN(30)_1 + VAN(30)_2) Fac(30,2) = (4.800 + 3.054) Fac(30,2) = \$ 5.771$$

Para el resto de los períodos, el cálculo es semejante al explicado y se resume en la Tabla N° 5. Se puede ver que la vida económica es diferente si se calcula antes de impuesto que después de impuesto. En efecto, si consideramos que $t=0$ (cálculos que fueron realizados en la Tabla N° 1), la vida económica es 3 años, con un costo anual equivalente de \$ 6.693, en cambio después de impuesto con $t = 30\%$, la vida económica es 4 años con un costo anual equivalente de \$ 5.563.

En consecuencia, la tasa de inflación, el mecanismo de corrección monetaria y la tasa de impuesto pueden alterar las conclusiones respecto a la vida económica de un bien y de la misma forma puede modificarse la decisión de reemplazo.

Tabla N° 5. Vida Económica Antes y Después de Impuestos

ITEM	FIN DE AÑO				
	0	1	2	3	4
Valor de Mercado	10.000	8.000	7.000	6.200	5.000
Valor de Libro	11.000	9.900	7.920	4.752	0
Gan./Pérdida Capital	-1.000	-1.900	-920	1.448	5.000
Corrección Monetaria	0	2.200	1.980	1.584	950
Depreciación		3.300	3.960	4.752	5.702
Costos de Operación		2.500	2.700	3.200	4.200
VANI(30)		4.800	3.054	2.268	1.929
CAE(30) si $t=30\%$		6.240	5.771	5.573	*5.563*
CAE(30) si $t=0\%$		7.500	6.891	*6.693*	6.785

En el análisis anterior se ha considerado el método de depreciación lineal. Para los equipos que tengan una vida útil mínima de 5 años existe la posibilidad legal de usar el método de depreciación acelerado; el mismo criterio se puede aplicar para bienes adquiridos en el extranjero. En general, el método de depreciación acelerado en Chile consiste en distribuir la depreciación en 1/3 de la vida depreciable dada por SII. En contraste con el uso de depreciación lineal, el método acelerado puede llevar a que se anticipe el reemplazo. Lo anterior se debe a que una vez que el equipo ha sido depreciado en su totalidad (contabilizado en \$ 1), el ahorro por pérdida de capital tendrá sentido negativo para el flujo de fondos, ya que la diferencia entre el valor de mercado y el de libro tenderá hacia el primero, generándose un mayor pago de impuestos por el incremento en la ganancia de capital.

Es importante destacar que el análisis anterior puede realizarse tanto en términos nominales, que es el procedimiento que se asume en este artículo o en términos reales. En este último caso, es relevante considerar la tasa a la cual los precios van a escalar (en términos reales), debiéndose incluir, además, un término que es el equivalente en términos reales del impuesto por corrección monetaria. Este último está dado por:

$$tCM_j / (1 + f)^j$$

III. Modelo Reemplazo usando Programación Dinámica

Como ya se indicara anteriormente, el tratamiento tradicional del reemplazo de equipos consiste en encontrar, mediante el uso del Método del Costo Anual Equivalente, la vida económica de cada uno de los equipos alternativos y la del defensor. Posteriormente, se toma la decisión de retener o de reemplazar comparando los CAE para las vidas económicas respectivas.

Una situación general de reemplazo puede ser caracterizada como aquella donde existe: un horizonte de planificación finito, patrones irregulares de cambios tanto en la tecnología como en los costos, inflación e impuestos. Dentro de este contexto, la determinación de vidas económicas es irrelevante para la solución del problema de reemplazo, reduciéndose éste a la determinación de la "secuencia óptima de reemplazos" dentro del horizonte de planificación. Es decir, interesa especificar por cuántos años debe mantenerse el defensor, si es que esto es deseable, y qué máquinas y cuándo deberán ser adquiridas durante el horizonte de planificación.

Obviamente, si el horizonte de planificación es infinito y no hay cambios tecnológicos, la secuencia óptima de reemplazos (la que tenga el menor valor actual neto en el caso que se consideren sólo los costos), es aquella generada usando solamente los equipos durante sus respectivas vidas económicas.

La determinación de la secuencia óptima de reemplazos durante el horizonte de planificación, es un problema que normalmente se resuelve mediante el uso de la técnica de programación dinámica (Dreyfuss y Law, 1977). El uso de esta técnica, y con fines introductorios (ver Fernández y Ramis, 1986, para un algoritmo de reemplazo eficiente), es ilustrado mediante un ejemplo en el cual se ha supuesto que no existen cambios en la tecnología y que el horizonte de planificación es de 5 años. En una etapa posterior se introducirán consideraciones tributarias e inflacionarias.

El ejemplo considera un equipo defensor que tiene 3 años de antigüedad y cuya vida de servicio, al igual que la de las alternativas presentes y futuras, es restringida a 3 años.

Los datos relevantes para el defensor son:

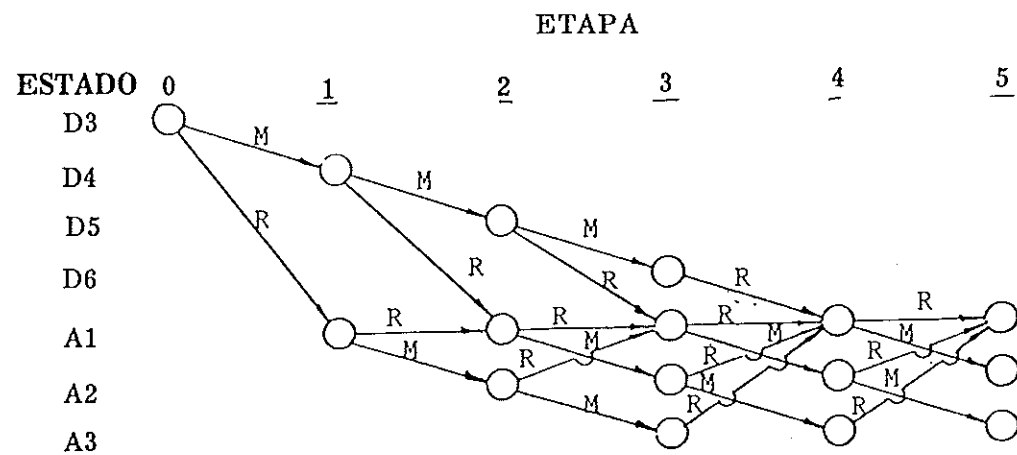
Fin de año	0	1	2	3
Inversión	2.700			
Valor de Recuperación		2.250	1.800	1.350
Costos de Operación		900	1.800	2.700

Fin de año	0	1	2	3
Inversión	9.000			
Valor de Recuperación		5.891	4.717	3.617
Costos de Operación		116	200	703

Con el objeto de simplificar la presentación se supone que no existe impuesto a la renta, que en cada período existe una sola alternativa y que las futuras alternativas son idénticas a la alternativa actual. El costo de capital relevante es 15%.

La secuencia de posibles decisiones puede ser representada por un diagrama como el que se muestra en la Figura N° 3. En este gráfico, el eje horizontal representa tiempo (las etapas), que para el ejemplo es 5 años, y en el eje vertical se indican los posibles estados que puede asumir tanto el defensor (parte superior del gráfico) como las alternativas (parte inferior). En la etapa 1, por ejemplo, el estado D4 indica que el defensor tiene 4 años de uso y como existe sólo un defensor, la única forma de alcanzar este estado (en t=1) es no reemplazando al defensor en t=0. Similarmente, para cada período dentro del horizonte de planificación, los "A_j" indican que se posee una alternativa de "j" años de antigüedad. La letra "M" denota la decisión de Mantener (no reemplazar) el equipo, y la letra "R" denota Reemplazar.

Figura N° 3. SECUENCIA DE DECISIONES DE REEMPLAZO



Dada la representación gráfica anterior, el problema de encontrar la secuencia óptima de reemplazos durante el horizonte es equivalente a encontrar, el camino más corto entre el nodo inicial en t=0 y cualquiera de los nodos en t=5. Las distancias entre nodo y nodo corresponden a los VAN incrementales de los equipos considerados.

El procedimiento de cálculo (recursión) es similar al usado en una malla de camino crítico, siendo totalmente equivalente realizar la recursión hacia adelante o hacia atrás. En el ejemplo que se presenta, la recursión es hacia adelante.

En la Figura N° 3 se observa lo siguiente:

Etapa 1

En t=0, el proceso se encuentra en estado D3 (defensor tiene 3 años). Para avanzar hacia la etapa siguiente, es decir t=1, existen dos decisiones factibles:

- se puede mantener el equipo actual (defensor), lo cual conduce al estado D4 en t=1, o
- se puede reemplazar el defensor por uno alternativo, lo cual conduce al estado A1 en t=1.

Usando la expresión (9), el VAN incremental para ambas posibilidades se indica en la tabla siguiente:

Estado	Decisión	Estado	VAN Incremental
t=1 D4	t=1 M*Defensor	t=0 * D3	$2.700 + (900 - 2.250)/(1,15) = \$ 1.526$
t=1 A1	t=1 R Defensor	t=0 * D3	$9.000 + (116 - 5.891)/(1,15) = \$ 3.978$

La tabla anterior indica que el estado inicial es D3, el cual se comunica con dos estados en la etapa 1, que son D4 y A1, y que existe una única forma de alcanzar estos estados en la etapa 1 (ver Figura N° 3). El costo asociado a la transición desde D3 a D4 o A1. Además, en la columna correspondiente a la decisión se indica con un asterisco (*) la decisión óptima para alcanzar un estado (en caso de que exista más de una forma de hacerlo), y entre dos asteriscos la forma óptima de alcanzar la etapa.

Por lo tanto, la forma óptima de alcanzar D4 es manteniendo al defensor por un año, lo cual tiene un costo de \$ 1.526 (nótese que ésta es la única forma de alcanzar D4). Similarmente, el camino óptimo a A1 en t=1 es reemplazando al defensor, lo cual tiene un costo de \$ 3.978. Desde un punto de vista global, manteniendo al defensor es la forma más económica de alcanzar la etapa 1.

Etapa 2

De acuerdo a la Figura N° 3, desde la etapa 1 se pueden alcanzar tres estados en la etapa 2, los cuales son los siguientes:

- D5. Este estado equivale a mantener el defensor un segundo año, suponiendo que no se reemplazó en el año 1. D5 puede alcanzarse solamente desde D4, por lo cual M es óptimo, pero el costo para llegar a D5 es el costo acumulado de mantener el defensor por dos años.
- A1. Este estado corresponde a alcanzar la etapa 2 con un equipo que tiene un año, lo cual se logra reemplazando el equipo que se tenía en la etapa 1. A1 en t=2 puede ser alcanzado desde D4 o desde A1 en t=1.
- A2. Este estado representa mantener al equipo alternativo un segundo año. A2 en t=2 puede ser alcanzado solamente desde A1 en t=1.

Para cada una de las situaciones anteriores, el resumen de los VAN incrementales y de los VANI acumulados a la etapa 1, de 1 a 2, y a 2, respectivamente, es el siguiente:

Estado Decisión		Estado VANI		VANI	VANI
t=2	t=1	t=1	a 1	de 1 a 2	Acumulado a 2
D5	M*Defensor*	D4	\$ 1.526	\$ 1.957	\$ 3.483
A1	R Defensor*	D4	\$ 1.526	\$ 3.459	\$ 4.985
	R Alternativa	A1	\$ 3.978	\$ 3.459	\$ 7.437
A2	M Alternativa*	A1	\$ 3.978	\$ 1.707	\$ 5.685

El cálculo del VANI de 1 a 2 es el siguiente:

D4-D5:	$2.250(0,8696) + (1.800 - 1.800)(0,756)$	=	\$ 1.957
D4-A1:	$9.000(0,8696) + (116 - 5.891)(0,7562)$	=	\$ 3.459
A1-A1:	$3.978(0,8696)$	=	\$ 3.459
A1-A2:	$5.891(0,8696) + (200 - 4.717)(0,7562)$	=	\$ 1.707

Con referencia a la tabla anterior, la forma más económica de alcanzar la etapa 2 es no reemplazando el defensor, lo cual tiene un costo de \$ 3.483. Similarmente, la forma óptima para llegar a D5 o a A1 es desde D4, y para A2 es desde A1 en t=1.

Procediendo en forma similar a lo realizado anteriormente en las etapas 1 y 2, el resumen para las etapas 3, 4, y 5 es el siguiente:

Estado Decisión		Estado VANI		VANI	VANI
t=3	t=2	t=2	a 2	2 a 3	a 3
D6	M*Defensor*	D5	\$ 3.483	\$ 2.249	\$ 5.732
A1	R Defensor*	D5	\$ 3.483	\$ 3.009	\$ 6.492
	R Alternativa	A1	\$ 4.985	\$ 3.009	\$ 7.994
	R Alternativa	A2	\$ 5.685	\$ 3.009	\$ 8.694
A2	M Alternativa*	A1	\$ 4.985	\$ 1.485	\$ 6.470
A3	M Alternativa*	A2	\$ 5.685	\$ 1.651	\$ 7.336

Estado Decisión		Estado VANI		VANI	VANI
t=4	t=3	t=3	a 3	3 a 4	a 4
A1	R*Defensor*	D6	\$ 5.732	\$ 2.615	\$ 8.347
	R Alternativa*	A1	\$ 6.492	\$ 2.615	\$ 9.107
	R Alternativa	A2	\$ 6.470	\$ 2.615	\$ 9.085
	R Alternativa	A3	\$ 7.336	\$ 2.615	\$ 9.951
A2	M Alternativa*	A1	\$ 6.492	\$ 1.291	\$ 7.783
A3	M*Alternativa*	A2	\$ 6.470	\$ 1.435	\$ 7.095

Etapa 5

Estado Decisión		Estado VANI		VANI	VANI
t=5	t=4	t=4	a 4	4 a 5	a 5
A1	R Alternativa	A1	\$ 8.347	\$ 2.275	\$ 10.622
	R Alternativa*	A2	\$ 7.783	\$ 2.275	\$ 10.058
	R Alternativa	A3	\$ 7.905	\$ 2.275	\$ 10.180
A2	M Alternativa*	A1	\$ 8.347	\$ 1.123	\$ 9.470
A3	M*Alternativa*	A2	\$ 7.783	\$ 1.248	\$ 9.031

Tomando los valores de la etapa 5, se observa que el valor actual neto total más bajo está dado en el estado A3 con un VAN de \$ 9.031. En consecuencia, mirando el problema hacia atrás se tiene:

Etapa	5	4	3	2	1
Estado Final Optimo	A3	A2	A1	D5	D4
Estado Precedente al Optimo	A2	A1	D5	D4	D3

Por tanto, la secuencia óptima es: D3 - D4 - D5 - A1 - A2 - A3, es decir, mantener el defensor por dos años, reemplazarlo por uno alternativo el tercer año, y usar este equipo por tres años. El costo acumulado hasta la etapa 5 es \$ 9.031.

Si el ejemplo anterior se hubiera solucionado usando las vidas económicas, la solución que resulta es distinta a la obtenida usando programación dinámica. En la Tabla N° 6 se entregan, tanto para el defensor como para la alternativa, los CAE obtenidos mediante la expresión (1).

Tabla N° 6. CALCULO DE VIDA ECONOMICA

Año	CAE (15) Defensor	CAE (15) Alternativa
1	* \$ 1.755*	\$ 4.575
2	2.142	3.497
3	2.510	*3.213*

* vida económica

De la Tabla N° 6 se concluye que para un horizonte de planificación de 5 años, la solución obtenida mediante el uso de las vidas económicas es usar el defensor por un año, reemplazarlo por un equipo alternativo y usar éste por 3 años y finalmente, reemplazarlo por un equipo alternativo el cual es usado por un año. El costo de esta solución es de \$ 10.180, el cual es superior a los \$ 9.031 obtenidos anteriormente.

IV.— Determinación de Flujos

Una de las mayores dificultades asociadas al problema de reemplazo es la predicción, tanto para el defensor como para las alternativas presentes y futuras, de toda la información necesaria para la toma de decisión de reemplazo. Aunque la incertidumbre asociada con la calidad de las predicciones puede ser manejada mediante sensibilidad en los parámetros claves, esto no simplifica el problema de predicción y puede ser honeroso en términos de costo computacional.

Una alternativa que podría ser preferible al análisis de sensibilidad, es poner más énfasis en la fase de generación y edición de la información de entrada. Esto último podría hacerse diseñando software interactivo que permita modelar diferentes patrones de cambios que puedan afectar los flujos tanto del defensor como de las alternativas presentes y futuras, o bien, aprovechando las flexibilidades ofrecidas por paquetes de uso general como las llamadas hojas electrónicas (ver Henderson et al., 1983).

Específicamente, las hojas electrónicas pueden facilitar la predicción de los flujos de fondos de dos formas. En primer lugar, los diferentes componentes de los flujos de fondos pueden ser fácilmente modelados y estudiados en forma individual y luego agregados para generar los flujos totales. Para cada uno de estos componentes, el tomador de decisiones tendrá control visual de la información (valores numéricos, fórmulas y gráficos), pudiendo generar en forma interactiva los patrones deseados, regulares o irregulares, de cambios tecnológicos, inflacionarios, y de costos. En segundo lugar, se puede realizar análisis de sensibilidad con la información de entrada con el fin de detectar los parámetros que tendrían el mayor impacto en los flujos de fondos totales.

Una vez generados los flujos de fondos totales, éstos pueden ser ingresados a un programa de optimización para encontrar la secuencia óptima de reemplazo durante el horizonte de planificación. Si bien es cierto que la mayoría de las hojas electrónicas incluyen un lenguaje macro que les da facilidades básicas de programación, sin embargo éste no es lo suficientemente poderoso como para ser considerado un lenguaje de programación. Luego, resolver problemas de optimización dentro de la hoja electrónica puede ser poco eficiente, excepto si se escribieran programas externos de aplicación que puedan ser accedidos desde la hoja (Ramís y Thuesen, 1985).

Las ideas anteriores son ilustradas por intermedio de un ejemplo, en el cual se usa una hoja electrónica para generar los VAN incrementales del defensor y el de las alternativas. Luego, estos valores son usados para encontrar la secuencia óptima de reemplazo.

La información correspondiente al defensor es la del ejemplo dado en la Tabla N° 1. Además, se supone que el equipo tiene actualmente un valor de libros de \$ 60.000 y que le restan 5 años de vida depreciable. Por motivos simplificadorios, se asume que para cada período de decisión existe una sola alternativa, la cual es idéntica a la alternativa actualmente disponible. La información relevante, de la empresa, del defensor y de la alternativa, está da-

da en las Tablas 7, 8 y 9, las cuales han sido copiadas de la pantalla. El horizonte de planificación se ha fijado en 15 años, la inflación esperada en 20%; la empresa tiene una tasa de costo de capital de 30% y tasa de impuesto a la renta de 10%.

1. La Hoja de Trabajo

La hoja de trabajo fue desarrollada usando Symphony, que es un paquete de software integrado (LeBlond y Ewing, 1984). Esta hoja consiste en 3 modelos (templados) predefinidos, que se muestran en las Tablas 7, 8 y 9. Las celdas de la hoja contienen texto, valores numéricos, o bien, fórmulas que se traducen en valores numéricos. Por ejemplo, la celda C57 en la tabla 9 contiene el VAN Incremental después de impuestos entre los períodos 0 y 1.

Las facilidades que ofrecen las hojas electrónicas, ya sea por sus comandos, funciones o capacidad gráfica, permiten la construcción de complejas relaciones funcionales entre los flujos de caja de una alternativa. Esta situación se contrasta con las dificultades asociadas a la programación de un modelo general de reemplazo (Bean et al., 1985). Sin embargo, más importante que la complejidad de las posibles formas funcionales de los flujos de fondos, es la facilidad para generar, modificar y actualizar información.

	A	B	C	D	E	F	G
2	ANALISIS DE REEMPLAZO DE EQUIPOS DESPUES DE IMPUESTOS MEDIANTE HOJA ELECTRONICA						
3							
4							
5	Información general						
6							
7	Tasa costo capital		30%		0.30		
8	Tasa de inflación		20%		0.20		
9	Tasa de impuestos		30%		0.30		
10	Horizonte del plan		15 años				
11	Defensor						
12	Vida servicio		5 años				
13	Vida depreciable		5 años				
14	Método depreciación lineal						
15	Alternativa						
16	Vida servicio		7 años				
17	Vida depreciable		4 años				
18	Método de depreciación acelerada						
19							
20						

MAIN

TABLA N° 7 DATOS GENERALES

	A	B	C	D	E	F	G
21	DEFENSOR						
22	VIDA SERVICIO(AÑOS)	5	VIDA DEPRECIABLE(AÑOS)=				5
23						
24	FIN DE PERIODO						
25	ITEM	0	1	2	3	4	5
26						
27	Valor mercado	40.000	32.000	24.000	16.000	8.000	0
28	Valor de libro	60.000	57.600	51.840	41.472	24.883	0
29	Gan/perd capital	(20.000)	(25.600)	(27.840)	(25.472)	(16.883)	0
30	Corrección monetaria	0	12.000	11.520	10.368	8.294	4.977
31	Depreciación		14.400	17.280	20.736	24.883	29.860
32						
33	Costos de operación						
34	Mano de obra		20.000	22.000	24.000	26.000	28.000
35	Materia prima						
36	Energía						
37	Otros						
38	Total costos operación		20.000	22.000	24.000	26.000	28.000
39						
40	VAN Incremental		25.692	19.470	14.613	10.816	7.843

MAIN

TABLA N° 8. DEFENSOR

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
41	ALTERNATIVA								
42								
43	ALTERNATIVA								
44	VIDA SERVICIO(AÑOS)	7	VIDA DEPRECIABLE(AÑOS)=						4
45								
46	FIN DE PERIODO								
47	ITEM	0	1	2	3	4	5	6	7
48								
49	Valor mercado	60.000	54.000	48.600	43.740	39.366	35.429	35.429	35.429
50	Valor de libro	60.000	54.000	43.200	25.920	0	0	0	0
51	Gan/perd capital	0	0	5.400	17.820	39.366	35.429	35.429	35.429
52	Corrección monetaria	0	12.000	10.800	8.640	5.184	0	0	0
53	Depreciación		18.000	21.600	25.920	31.104	0	0	0
54								
55	Costos de operación		15.000	18.500	22.000	25.500	29.000	32.500	36.000
56								
57	VAN Incremental		25.154	19.485	14.973	11.355	8.436	6.255	5.206

TABLA N° 9. ALTERNATIVA

2.— Secuenc Optima de Reemplazo

La secuencia óptima de reemplazo se determina haciendo uso de un programa de optimización, al cual se entregan los VAN Incrementales, las vidas de servicio y el horizonte de planificación. El resultado de este proceso se indica mediante líneas ennegrecidas en la figura N° 4. En esta figura se puede ver que el defensor es reemplazado al final de su vida de servicio, luego un equipo alternativo es usado por la totalidad de su vida de servicio, a continuación un equipo alternativo es usado por un año y finalmente, un equipo alternativo es usado por dos años.

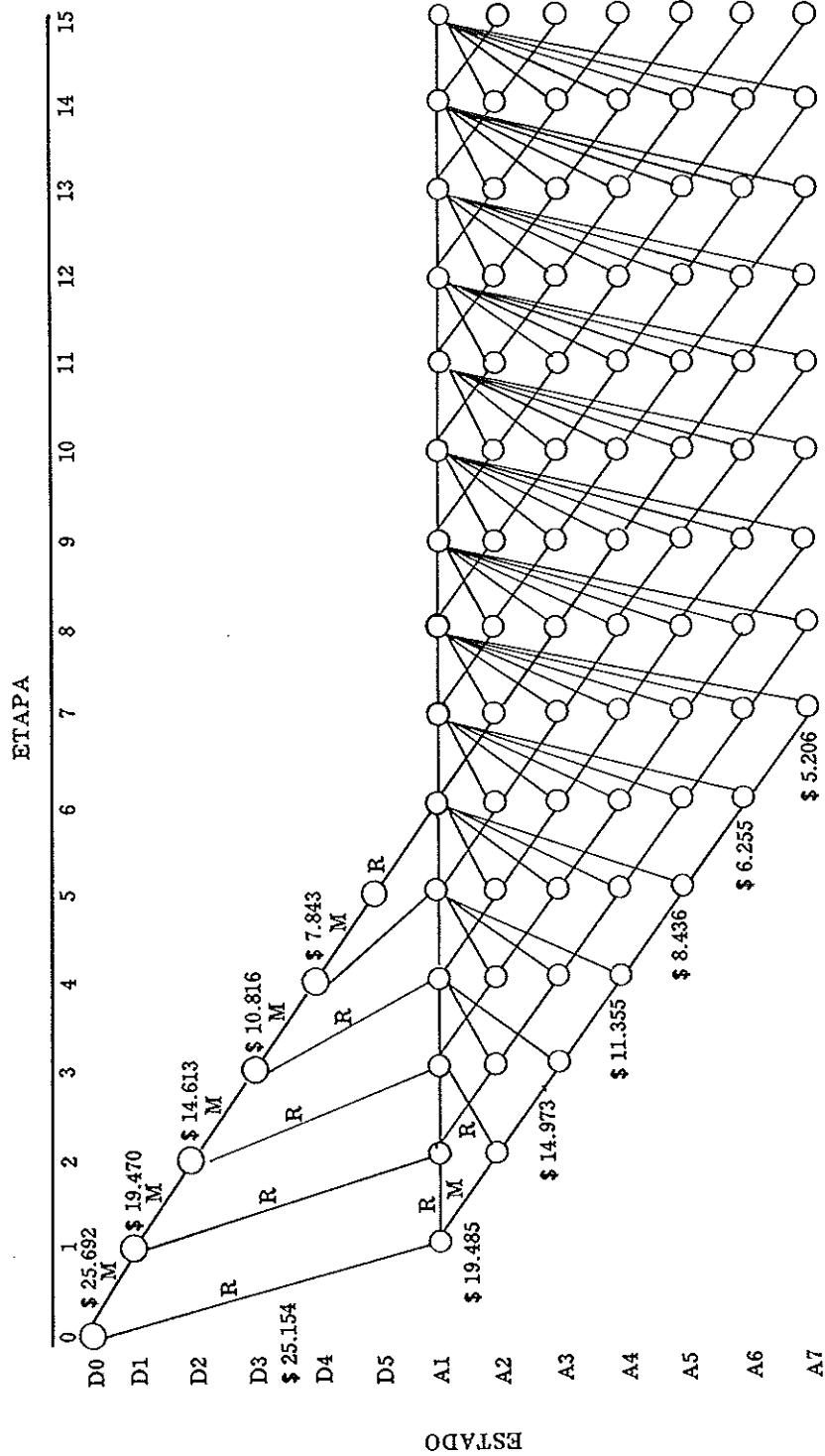
Información que es importante para el tomador de decisiones es cuán robusta es la decisión inicial de reemplazar o no reemplazar al defensor. Esta última es afectada, por un lado, por la estimación de los flujos, lo cual puede ser estudiado haciendo análisis de sensibilidad. Por otro lado, la duración del horizonte de planificación puede afectar la decisión de reemplazo. Para este último caso si se detecta que el camino óptimo a cualquier nodo en el período 15 contiene la misma decisión inicial en el período cero, entonces esta solución corresponde a la solución para un horizonte de planificación infinito.

V.— Conclusión

El principal objetivo de este trabajo ha sido ilustrar el análisis de reemplazo después de impuestos, contrastando el enfoque tradicional con uno de programación dinámica. Si bien se han considerado las particularidades de la realidad chilena, la cual incluye el mecanismo de corrección monetaria y una determinada estructura tributaria, la metodología es de uso general.

Un segundo objetivo fue sugerir un mayor énfasis en la fase de generación y de edición de la información de entrada. Este proceso puede facilitarse mediante el empleo de software que permita acceder bases de datos con información relevante y modelar en forma interactiva distintos patrones de cambios en los flujos. Con este fin, se sugiere el uso de una hoja electrónica ya que éstas son ampliamente conocidas. La idea básica es que las características ofrecidas por las hojas electrónicas, tales como funciones, comandos y facilidad de entrada de datos, permiten estructurar y acelerar el proceso de predicción de los flujos de caja.

FIGURA N° 4. SOLUCION OPTIMA



BIBLIOGRAFIA

- 1.— Bean, J. C., J. R. Lohmann, R. L. Smith, "A Dynamic Infinite Horizon Replacement Economy Decision Model", The Engineering Economist, Vol. 30, N° 2, 1985.
- 2.— Dreyfus, S.E., y A.M. Law, "The Art and Theory of Dynamic Programming", Academic Press, N.Y., 1977.
- 3.— El Impuesto a la Renta, D.L. 825, Editora Cumbres, 1985.
- 4.— Fernández, C.S. y F.J. Ramis, "Algoritmo Eficiente para Decisiones de Reemplazo con Horizonte Finito", trabajo presentado al Primer Encuentro Internacional de Optimización, Santiago, 1986.
- 5.— Henderson, T.B., D.F. Cobb, y G.B. Cobb, Spreadsheet Software: From Visicalc to 1-2-3, Que Corporation, Indianapolis, 1983.
- 6.— Jeria y Asociados Auditores-Consultores, Apuntes Seminario Impuesto a la Renta 1984, Concepción, 1985.
- 7.— LeBlond, G. y D. Ewing, "Using Lotus Symphony", Que Corporation, Indianapolis, 1984.
- 8.— Ramis, F.J. y G.J. Thuesen, "Equipment Replacement Problems: Using Spreadsheets to Forecast Cash Flows", Computer and Ind. Engineering, Vol 9, Sup. 1., 1985.
- 9.— Thuesen, G.J. y W.J. Fabrycky, Engineering Economy, 6th Edition, Prentice-Hall, N.Y., 1984.