TEMA 4. TRABAJO Y ENERGIA.

El problema fundamental de la Mecánica es describir como se moverán los cuerpos si se conocen las fuerzas aplicadas sobre él. La forma de hacerlo es aplicando la segunda Ley de Newton, pero si la fuerza no es constante, es decir la aceleración no es constante, no es fácil determinar la velocidad del cuerpo ni tampoco su posición, por lo que no se estaría resolviendo el problema.

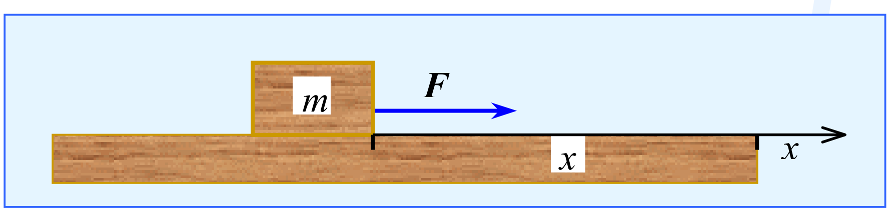
Los conceptos de trabajo y energía se fundamentan en las Leyes de Newton, por lo que no se requiere ningún principio físico nuevo. Con el uso de estas dos magnitudes físicas, se tiene un método alternativo para describir el movimiento, espacialmente útil cuando la fuerza no es constante, ya que en este caso la aceleración no es constante y no se pueden usar las ecuaciones de la dinámica anteriormente estudiadas. En este caso se debe usar el proceso matemático de integración para resolver la segunda Ley de Newton. Ejemplos de fuerzas variables son aquellas que varían con la posición, comunes en la naturaleza, como la fuerza gravitacional o las fuerzas elásticas.

4.1 TRABAJO.

Si la fuerza $\boldsymbol{F}$ que actúa sobre una partícula es constante (en magnitud y dirección) el movimiento se realiza en línea recta en la dirección de la fuerza. Si la partícula se desplaza una distancia x por efecto de la fuerza $\boldsymbol{F}$ (figura 5.1), entonces se dice que la fuerza ha realizado trabajo W sobre la partícula de masa m, que en este caso particular se define como:

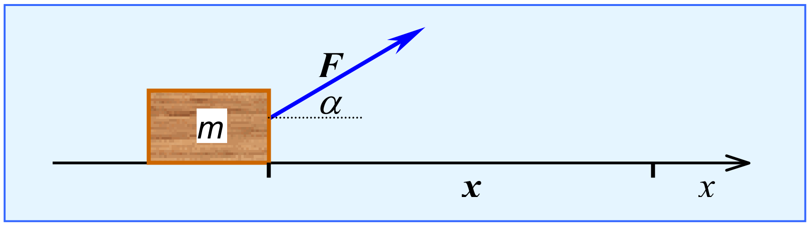
$$W = F\,x$$

Figura 5.1



Si la fuerza constante no actúa en la dirección del movimiento, el trabajo que se realiza es debido a la componente de la fuerza en la dirección paralela al movimiento, como se ve en la figura 5.2. La componente y de la fuerza, perpendicular al desplazamiento, no realiza trabajo sobre el cuerpo.

Figura 5.2



Si α es el ángulo medido desde el desplazamiento x hacia la fuerza $\boldsymbol{F}$, el valor del trabajo W es ahora:

$$W = (F \cos\alpha)x$$

De acuerdo a la ecuación anterior, se pueden obtener los siguientes conclusiones: a) si $\alpha = 0$, $W = (F \cos 0)\, x = F\, x$, b) si $\alpha = 90º$, $W = (F \cos 90)\, x = 0$, la fuerza no tiene componente en la dirección del movimiento o lo que es lo mismo, la fuerza es perpendicular al movimiento y no hace trabajo sobre el cuerpo, c) si la fuerza aplicada sobre el cuerpo no lo mueve, no realiza trabajo ya que el desplazamiento es cero, d) el signo del trabajo depende de la dirección de $\boldsymbol{F}$ respecto al desplazamiento, es positivo (negativo) cuando la componente de $\boldsymbol{F}$ tiene la misma (opuesta) dirección que el desplazamiento. De estas conclusiones se deduce que el trabajo se puede expresar en la forma:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r}\ , \quad \boldsymbol{F}\ cte.$$

El trabajo es una magnitud física escalar, obtenido del producto escalar de los vectores fuerza y posición. De la expresión anterior, por la definición de producto escalar, queda claro que el trabajo puede ser positivo, negativo o cero. Su unidad de medida en el SI es *N m* que se llama *Joule,* símbolo *J.*

Otras fuerzas actúan sobre el cuerpo (peso, roce, normal, etc.), por lo que la ecuación anterior se refiere sólo al trabajo de la fuerza $\boldsymbol{F}$ en particular; las otras fuerzas también pueden realizar trabajo. En la figura 5.2 las fuerzas peso y normal no realizan trabajo ya que son perpendiculares al desplazamiento y la fuerza de roce realiza trabajo negativo, ya que siempre se opone al desplazamiento. El trabajo total sobre la partícula es la suma escalar de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas.

Si una fuerza variable ***F*** está moviendo a un objeto a lo largo del eje *x* desde una posición inicial a otra final, ya no se puede usar la expresión anterior para calcular el trabajo ahora es:

$$W = dW \Rightarrow W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Ejemplo 1: *trabajo realizado por un resorte.*
Un sistema físico común en el que la fuerza varía con la posición, es el de un cuerpo conectado a un resorte. Si el resorte, orientado en dirección del eje *x,* se deforma desde su configuración inicial, es decir se estira o se comprime, por efecto de alguna fuerza externa sobre el resorte, instantáneamente actúa una fuerza producida por el resorte contra el objeto que ejerce la fuerza externa, cuya magnitud es:

$$F_{Resorte} = - k\, x$$

donde x es la magnitud del desplazamiento del resorte desde su posición no deformada en $x = 0$ y k una constante positiva, llamada *constante de fuerza del resorte*, que es una medida de la rigidez (dureza) del resorte. Esta ecuación se llama ***Ley de Hooke***, y es válida para pequeños desplazamientos, ya que si el resorte se estira demasiado, puede deformarse y no recuperar su forma original. El signo negativo indica que la dirección de esta fuerza es siempre opuesta al desplazamiento. Si el cuerpo se desplaza desde una posición inicial a la final, el trabajo realizado por el resorte es:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

Por ejemplo, para un resorte de k = 100 N/m, que se estira 10 cm (= x_f), el trabajo que realiza la fuerza del resorte para recuperar su posición inicial no deformada ($x_i = 0$) es 0.5 J.

4.2 ENERGÍA CINÉTICA.
Cuando se hace trabajo contra el roce, se observa que en la superficie de los cuerpos en contacto se produce un aumento de temperatura. Es porque se ha producido una transformación desde movimiento a calor, es decir que se ha producido una transferencia de energía de movimiento a energía calórica. En otras transformaciones se produce energía en forma de luz, sonido, eléctrica, nuclear, etc. En las transformaciones se miden cambios de energía cuando se realiza trabajo, aparecen las

fuerzas que realizan trabajo, por lo tanto el trabajo es una medida de las transferencias de energía. El concepto de energía se puede generalizar para incluir distintas formas de energía conocidas como cinética, potencial, calórica, electromagnética, etc. De esta forma, la mecánica de los cuerpos en movimiento se relaciona con otros fenómenos naturales que no son mecánicos por intermedio del concepto de energía. El concepto de ***energía*** invade toda la ciencia y es una de las ideas unificadoras de la Física.

La cantidad $\frac{1}{2}mv^2$, se llama ***energía cinética***, E_c, es energía que se obtiene por el movimiento, es siempre positiva porque la rapidez está al cuadrado.

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}mv^2} \qquad (5.2)$$

El trabajo realizado por la fuerza resultante sobre una partícula es igual al cambio de energía cinética, enunciado que se conoce como el ***Teorema del Trabajo y la Energía***. Cuando la rapidez es constante, no hay variación de energía cinética y el trabajo de la fuerza neta es cero. La unidad de medida de la energía cinética es el Joule, *J*.

4.3 POTENCIA.

Para fines prácticos interesa también conocer la rapidez con la cual se realiza trabajo. Esta información la entrega la ***potencia***, que se define como la rapidez de transferencia de energía. Si se aplica una fuerza externa a un cuerpo y se realiza trabajo dW en un intervalo de tiempo dt, la potencia instantánea P se define como:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

La unidad de medida de la potencia en el SI es *J/s*, que se llama *Watt, W*. Como $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, se puede escribir la potencia como:

$$P = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \qquad (5.3)$$

Se puede definir una nueva unidad de energía en términos de la unidad de potencia, llamada kilowatt-hora. Un *kilowatt-hora (kWh)* es la energía utilizada durante una hora con una potencia constante de *1 kW*. El valor de un kWh es:

$$1\ kWh = 1000\ W \cdot 3600\ s = 3.6 \times 10^{6}\ J.$$

El kWh es unidad de energía, no de potencia. Por ejemplo, para encender una ampolleta de *100 W* de potencia se requieren $3.6 \times 10^{5}\ J$ de energía durante una hora, equivalente a *0.1 kWh*.

4.4 FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS.

Se llaman ***fuerzas conservativas*** aquellas para las cuales el trabajo realizado por las fuerzas para mover un cuerpo entre dos puntos por cualquier trayectoria arbitraria, no depende de la trayectoria que une los puntos. Las fuerzas que dependen de la posición son conservativas, por ejemplo: la gravitacional, elástica, electromagnética, etc.

Por el contrario, las ***fuerzas no conservativas*** o ***fuerzas disipativas*** son aquellas para las cuales el trabajo realizado por las fuerzas para mover una partícula entre dos puntos, depende de la trayectoria que se realice para unir los puntos. Para las fuerzas no conservativas se tiene que, W_{PQ}*(por trayectoria 1)* $\neq$ W_{PQ}*(por trayectoria 2)*. Las fuerzas de roce que siempre se oponen al desplazamiento, son no conservativas o disipativas, el trabajo de estas fuerzas es negativo y le hacen perder energía al sistema.

4.5 ENERGÍA POTENCIAL.

El trabajo realizado por una fuerza conservativa es independiente de la trayectoria y de la rapidez con la que se mueve la partícula. En este caso el trabajo es sólo función de las coordenadas, por lo que se puede asociar con una variación de energía función de la posición, similar al caso de la energía cinética que es función de la velocidad. Las fuerzas que son función de la posición generan energía de posición, a la que se llama ***energía potencial***. El trabajo realizado por la fuerza se almacena como energía potencial en el objeto en movimiento. Se define la *energía potencial* E_P, a aquella que puede obtenerse en virtud de la posición del cuerpo, tal que el trabajo realizado por la fuerza conservativa entre dos posiciones, es igual a la disminución de la *energía potencial*, esto es, el trabajo realizado por una fuerza conservativa es igual al valor negativo del cambio de energía potencial asociada con la fuerza:

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_P = E_{Pi} - E_{Pf}$$

se define la energía potencial en una posición ***r*** como:

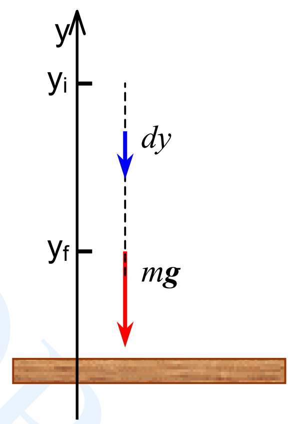
$$\boxed{E_P(\vec{r}\,) = -\int \vec{F} \cdot d\vec{r}} \qquad (5.4)$$

Para las fuerzas no conservativas no existe una función de energía potencial, ya que el trabajo, que depende de la trayectoria, no es función de la posición inicial y final de la partícula.

Ejemplo 2. *Energía potencial de la fuerza peso.*
Como ejemplo, se calculará el trabajo y la energía potencial para una partícula que se deja caer libremente desde una posición inicial y_i a otra posición final y_f. La fuerza que produce el movimiento de la partícula es la gravitacional, que para caída libre es el peso $P = mg$, entonces el trabajo es:

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{y_i}^{y_f} mg(-\hat{j}) \cdot dy(-\hat{j})$$

$$W = mgy_f - mgy_i$$



Esto demuestra que la fuerza gravitacional es conservativa, ya que el trabajo realizado por esa fuerza depende sólo de las posiciones inicial y final de la partícula. La variación de energía potencial de la partícula es:

$$\Delta E_P = -W = -(mgy_f - mgy_i) = mgy_i - mgy_f$$

Como las posiciones inicial y final son arbitrarias, se define la energía potencial de la fuerza gravitacional, o simplemente energía potencial gravitacional E_g, válida en las condiciones de caída libre, por la expresión:

$$\boxed{E_g = mgy} \qquad (5.5)$$

Ejemplo 3. *Energía potencial de la fuerza elástica.*
Otra fuerza conservativa es la que ejerce un resorte deformado sobre un cuerpo fijo a él. El trabajo realizado por la fuerza elástica del resorte sobre el cuerpo ya se calculó, y es:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 = -\Delta E_P = E_{Pi} - E_{Pf}$$

Esto permite definir la energía potencial elástica E_E almacenada en un resorte como:

$$\boxed{E_E = \frac{1}{2}kx^2} \qquad (5.6)$$

La energía potencial elástica es cero cuando el resorte no está deformado, es máxima cuando alcanza su deformación máxima y es siempre positiva ya que es proporcional a x^2.

4.6 CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA.

Cuando una partícula se mueve por la acción de una fuerza conservativa, por el teorema del trabajo y la energía se tiene que el trabajo realizado por la fuerza es igual a la variación de energía cinética de la partícula:

$$W = \Delta E_c$$

Pero como la fuerza es conservativa, entonces $W = -\Delta E_P$, donde E_P puede ser la energía potencial gravitacional, elástica o cualquier otra forma de energía potencial mecánica. Igualando ambas expresiones del trabajo se obtiene:

$$\Delta E_c = -\Delta E_P \Rightarrow \Delta E_c + \Delta E_P = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta(E_c + E_P) = 0$$

esta ecuación representa la ***ley de conservación de la energía mecánica,*** que se puede escribir también de la siguiente forma:

$$E_{ci} + E_{Pi} = E_{cf} + E_{Pf}$$

Se puede definir la energía mecánica total como la suma de la energía cinética y la energía potencial, esto es: $E = E_c + E_P$, entonces la conservación de la energía se escribe como:

$$\boxed{E_i = E_f \Rightarrow E = cte} \tag{5.7}$$

La *ley de conservación de la energía mecánica* establece que la energía mecánica total de un sistema permanece constante si las únicas fuerzas que realizan trabajo sobre el sistema son conservativas. Cuando una cantidad física no cambia, decimos que se conserva. Decir que la energía se mantiene constante significa que la cantidad total de energía de un sistema natural no cambia, no se puede crear ni destruir energía, sólo se puede convertir de una forma a otra. Es una de las leyes fundamentales de la Física, deducida a partir de una de las leyes fundamentales de la mecánica, la segunda ley de Newton.

Si las fuerzas presentes en un sistema mecánico no son conservativas, como ocurre en los sistemas reales, la energía aparentemente no se conserva, porque se transforma en otro tipo de energía. Por ejemplo, la fuerza de roce se dice que es disipativa porque disipa energía, que se transforma en calor en la superficie de contacto entre los cuerpos. En efecto, se puede aplicar el teorema del trabajo y la energía tomando en cuenta la existencia de las fuerzas no conservativas. Si W_{NC} es el trabajo sobre una partícula de todas las fuerzas no conservativas y W_C el trabajo de todas las fuerzas conservativas, entonces:

$$W_{NC} + W_C = \Delta E_c$$

Como $W_C = -\Delta E_P$ entonces:

$$W_{NC} = \Delta E_C + \Delta E_P$$
$$W_{NC} = (E_{Cf} - E_{Ci}) + (E_{Pf} - E_{Pi})$$
$$W_{NC} = (E_{Cf} + E_{Pf}) - (E_{Ci} + E_{Pi}) = E_f - E_i$$

Es decir, el trabajo realizado por todas las fuerzas no conservativas es igual al cambio de energía mecánica total del sistema.

PREGUNTAS.

1. ¿Cuál es la utilidad en Física de los conceptos de trabajo y energía?
2. ¿Como se define el trabajo?
3. ¿Cuáles son las características de la fuerza de un resorte?
4. ¿Qué es la energía cinética?
5. ¿Qué ventaja ofrece la potencia?
6. definir la fuerzas conservativas y no conservativas.
7. etc