

Test N°8  
Álgebra y Trigonometría (527103)

1. (1 punto) Simplificar  $\log_{16}(4^\pi)$ .

**Desarrollo:** Como  $\log_4(16) = 2$ ,  $\log_{16} 4 = \frac{1}{2}$  y

$$\log_{16}(4^\pi) = \pi \log_{16} 4 = \frac{\pi}{2}.$$

2. (2 puntos) Resolver la ecuación

$$\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{2}.$$

**Desarrollo:** Como  $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_{\frac{1}{3}} x$ , se tiene

$$\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

3. (3 puntos) Encontrar el conjunto solución de

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1}.$$

**Desarrollo:** Como  $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$  y  $\frac{1}{2} < 1$ , se tiene

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2(x+1)} \Leftrightarrow x < 2(x+1) \Leftrightarrow x > -2.$$

4. (2 puntos) Determinar el dominio de la función

$$F(x) = \frac{\log_2(\sqrt{x+5})}{e^x - 1}.$$

**Desarrollo:**  $e^x - 1 = 0$  tiene la única solución  $x = 0$ ; por consiguiente el dominio es el conjunto  $\{x \in \mathbb{R} : x + 5 > 0\} - \{0\} = ]-5, 0[ \cup ]0, +\infty[$ .

5. (1 punto) Encontrar un ángulo  $\alpha \in [0, 2\pi]$  tal que  $P(\alpha)$  se encuentre en el tercer cuadrante y  $|\sin \alpha| = \frac{1}{2}$ .

**Desarrollo:** El único ángulo del primer cuadrante con seno igual a  $\frac{1}{2}$  es  $\frac{\pi}{6}$ ; por consiguiente, pasando al tercer cuadrante el ángulo buscado es  $\frac{\pi}{6} + \pi = \frac{7\pi}{6}$ .

6. (3 puntos) Si  $\gamma = 60^\circ$  y  $\delta = \frac{\pi}{4}$ , encontrar el valor de  $\cos(2\gamma - \delta)$ .

**Desarrollo:** Como  $2\gamma$  es el paso al segundo cuadrante de  $\gamma$ , se sabe que  $\cos(2\gamma) = -\cos \gamma = -\frac{1}{2}$  y  $\sin(2\gamma) = \sin \gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Además,  $\cos \delta = \sin \delta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Por consiguiente

$$\cos(2\gamma - \delta) = \sin(2\gamma) \sin \delta + \cos(2\gamma) \cos \delta = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

**Tiempo: 40 minutos**