Universidad de Concepción
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Matemática

Test N°5
Álgebra y Trigonometría (527103)

1. **(6 puntos)** Identificar la cónica determinada por la ecuación

$$x^2 + 9y^2 + 2 = 9y - 6x - \frac{1}{4}.$$

Indicar centro, foco(s) y/o vértice(s) según corresponda, y luego esbozar su gráfica.

<u>**Desarrollo**</u>**:**

Completando cuadrados, tenemos

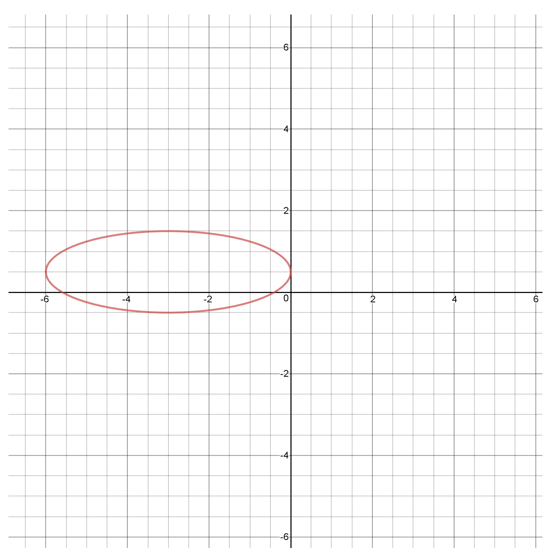
$$x^2 + 6x + \mathbf{9} + 9y^2 - 9y + \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}} = -2 - \frac{1}{4} + \mathbf{9} + \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}$$

$$(x+3)^2 + 9\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 9$$

$$\frac{(x+3)^2}{9} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 1.$$

(3 puntos)

Reconocemos esto como la ecuación de una elipse horizontal trasladada 3 unidades hacia la izquierda y media unidad hacia arriba. Como la distancia centro-foco es de $\sqrt{9-1} = \sqrt{8}$, sus focos son $\left(-3+\sqrt{8}, \frac{1}{2}\right)$ y $\left(-3-\sqrt{8}, \frac{1}{2}\right)$.



(3 puntos)

2. **(6 puntos)** Considerar la parábola de ecuación

$$(y-4)^2 + 6x - 8 = 0$$

y la recta de ecuación

$$\frac{y}{8} - \frac{3x}{4} = 1.$$

a) Encontrar el o los puntos de intersección entre ambas gráficas, si existen.

b) Esbozar la región R descrita por

$$R = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \middle| (y-4)^2 + 6x - 8 > 0 \wedge \frac{y}{8} - \frac{3x}{4} > 1 \right\}.$$

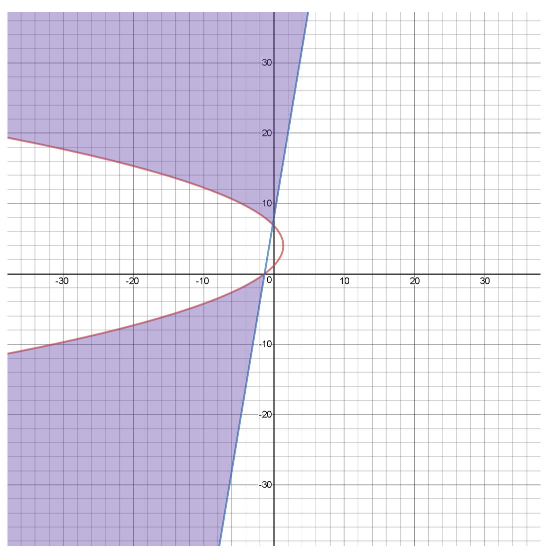
Desarrollo:

La ecuación de la recta se puede escribir $y = 6x + 8$, y luego sustituyendo esta expresión en la ecuación de la parábola resulta

$$(y-4)^2 + y - 16 = 0$$

$$y^2 - 7y = 0$$

de lo que se obtienen los valores $y = 0$ y $y = 7$. Reemplazando en la ecuación de la recta, tenemos que los puntos de intersección entre ambas gráficas son $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$ y $\left(-\frac{1}{6}, 7\right)$. **(2 puntos)**



(gráfica de las ecuaciones, 1 punto / gráfica de la región, 2 puntos)

Tiempo: 40 minutos