

**Soluciones Listado 1**  
**Cálculo III (2025)**  
**PLEV 2018**

1. a)  $\bar{A} = \{(x, y) : 0 \leq (x - 2)^2 + y^2 \leq 1\} \cup \left\{ (x, 0) : x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \right\} \cup \{(0, 0)\}$ ,  
 $int(A) = \{(x, y) : 0 < (x - 2)^2 + y^2 < 1\}$ ,  
 $A' = \{(x, y) : 0 \leq (x - 2)^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{(0, 0)\}$ ,  
 $Fr(A) = \{(x, y) : (x - 2)^2 + y^2 = 1\} \cup \left\{ (x, 0) : x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \right\} \cup \{(0, 0), (2, 0)\}$ ;
  - b)  $\bar{B} = \{(x, y, z) : z \geq 3\} \cup \{(0, 0, z) : 0 \leq z \leq 1\} \cup \{(0, 0, 2)\}$ ,  $int(B) = \{(x, y, z) : z > 3\}$ ,  
 $B' = \{(x, y, z) : z \geq 3\} \cup \{(0, 0, z) : 0 \leq z \leq 1\}$ ,  
 $Fr(B) = \{(x, y, z) : z = 3\} \cup \{(0, 0, z) : 0 \leq z \leq 1\} \cup \{(0, 0, 2)\}$ ;
  - c)  $\bar{C} = \{(x, y) : x^2 \leq y \leq |x|\} = C'$ ,  $int(C) = \{(x, y) : x^2 < y < |x|\}$ ,  
 $Fr(C) = \{(x, y) : y = x^2, |x| \leq 1\} \cup \{(x, y) : y = |x|, 0 < |x| < 1\}$ ;
  - d)  $\bar{D} = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq 4\} = D'$ ,  $int(D) = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 < z < 4\}$ ,  
 $Fr(D) = \{(x, y, z) : z = x^2 + y^2, z < 4\} \cup \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, z = 4\}$ .
2.  $\bar{A} = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = \sqrt{x^2 + y^2}, 1 \leq z \leq 4 \right\} = A' = Fr(A)$ ,  $int(A) = \phi$ .  $A$  no es cerrado, no es abierto, es acotado y no es compacto.
3. No.
4. Que si  $f(x, y)$  es la expresión acotada, entonces  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$ .
5. a) 0,  
 b) no existe límite.  
 c) No existe límite,  
 d) 0,  
 e) no existe límite,  
 f) 0,  
 g) no existe límite,  
 h) 0,  
 i) 0,  
 j) 0.
  6. a) No,  
 b)  $g$  es continua en todo  $\mathbb{R}^2$ .

7. a)  $f$  es continua en todo  $\mathbb{R}^2$  excepto en el origen.  
 b)  $f$  es continua en todo  $\mathbb{R}^3$  excepto en el origen.  
 c)  $f$  es continua en todo  $\mathbb{R}^2$ .
8. a) No existe límite,  
 b) 0,  
 c)  $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$  no existe,  $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = -1$ ;  
 d)  $\frac{\partial g}{\partial x}(0,0) = 0 = \frac{\partial g}{\partial y}(0,0)$ .  
 e) no,  
 f) sí,  
 g) no,  
 h) sí.
9. -
10. a) Sí,  
 b)  $2x + 4y - 2z = 1$ ,  
 c)  $-4/\sqrt{5}$ .
11. a) Falso,  
 b) verdadero,  
 c) falso.
12. 5.02
13. a)  
 b)  
 c)  $z = 2x + y$ .
14. En el punto  $(2, 2, 0)$ , cuando  $t = \sqrt{5}/10$ .
15. a) Sí,  
 b) no,  
 c) no,  
 d)  $2/\sqrt{5}$ ,  
 e) -  
 f)  $4x + 25z + 12 = 0$ ,  
 g) en la dirección de  $-\frac{4}{25}\hat{i}$ .

16. -

17. a) Sí,

b) no,

c) lo es en  $\mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$ .

d) 
$$\begin{pmatrix} -1/2 & -11/2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix},$$

e) 
$$\left(-\frac{x}{2} - \frac{11}{2}y - \frac{3}{2}, 2x + 5y + 7\right),$$

18. Sí.

19. -

20. -

21. -

22. -

23.  $\nabla f$

24. a) -

b) Sí.

25. a) -

b)  $A(u, v) = -\frac{u}{3}$

26. a)  $-1/2$  y  $0$

b) 
$$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2/3 \end{pmatrix}$$

27. a) -

b) -

c) 
$$\begin{pmatrix} \frac{u}{u^2 + v^2} & \frac{v}{u^2 + v^2} \\ -\frac{v}{u^2 + v^2} & \frac{u}{u^2 + v^2} \end{pmatrix}$$

28. a)  $a \neq \pm\sqrt{2}$

b)  $-1/2$

29. -

30.  $\frac{7}{60}$

31. a)  $\frac{\partial F}{\partial z}(P_0) \neq 0$ ,  $\frac{\partial F}{\partial y}(P_0) \neq 0$  y  $\frac{\partial F}{\partial x}(P_0) \neq 0$ , respectivamente.  
 b) -
32.  $(-1, 0, 0)$  y  $(1, 0, 0)$  son puntos de máximo relativo y  $f$  no posee mínimo absoluto.
33. a)  $(0, 0)$ , mínimo relativo y absoluto;  $(0, 1)$  y  $(0, -1)$ , sillars  
 b)  $(0, 0)$ ,  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ,  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ; sillars  
 c)  $(-3, -1)$  y  $(3, 1)$ , sillars;  $(-1, -3)$ , máximo relativo;  $(1, 3)$ , mínimo relativo  
 d)  $(-1, -1)$ , máximo relativo;  $(0, 0)$ , silla  
 e)  $(0, 0, 1)$ , silla;  $\left(\frac{1}{12}, \frac{1}{6}, 1\right)$  mínimo relativo  
 f)  $(0, 0, 0)$ , mínimo relativo y absoluto.
34. -
35.  $h = 2r = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$
36. Puntos más alejados,  $P_1 = (2\sqrt{14}, -\sqrt{14}) = -P_2$ ; más cercanos,  $P_3 = (2, 4) = -P_4$ .
37.  $-1$  y  $6$ .
38.  $-88$  y  $92$
39.  $-36$  y  $160$
40.  $10$

**EGG/egg**