Universidad de Concepción
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Matemática

Pauta Evaluación de Recuperación
Matemática I (527113/527117)

1. Una tienda de ropa que realiza una venta de liquidación anuncia que todos los precios tienen un descuento del 20 %. Si una camisa está a la venta en \$28.000, ¿cuál es su precio sin descuento?

   Solución: Sea x el precio (en pesos) sin descuento de la camisa **(3 puntos)**. Dado que al rebajarle a x un 20 %, él queda en \$28.000, se tiene que

   $$x - \frac{1}{5}x = 28.000, \quad \textbf{(9 puntos)}$$

   de donde $x = 35.0000$ y por tanto, el precio sin descuento es de \$35.000. **(3 puntos)**

2. Verificar, de dos maneras distintas, que los puntos $(-1,-6)$, $(1,-2)$ y $(3,2)$ son colineales.

   Solución: Sean $P_1 := (-1,-6)$, $P_2 := (1,-2)$ y $P_3 := (3,2)$.

   Dado que la pendiente desde P_1 hasta P_2 es $m_{12} = \dfrac{-2-(-6)}{1-(-1)} = 2$ y la pendiente desde P_2 hasta P_3 es $m_{23} = \dfrac{2-(-2)}{3-1} = 2 = m_{12}$, entonces se tiene que P_1, P_2 y P_3 necesariamente son puntos colineales. **(8 puntos)**

   Por otra parte, dado que $m_{12} = 2$, se tiene que la ecuación de la recta L que pasa por P_1 y P_2 está dada por

   $$y - (-6) = 2(x - (-1)) \Leftrightarrow y = 2x - 4.$$

   Como P_3 satisface esta ecuación, pues $2 = 3 \cdot 2 - 4$, entonces se concluye que $P_3 \in L$ y por lo tanto, P_1, P_2 y P_3 son colineales. **(7 puntos)**

   <u>Observación</u>: Otra forma de mostrar que P_1, P_2 y P_3 son puntos colineales, es calculando distancias y mostrando que

   $$d(P_1,P_2) + d(P_2,P_3) = d(P_1,P_3).$$

3. Determinar la ecuación de la circunferencia que contiene a los puntos $(-1,-4)$, $(6,-5)$ y $(3,4)$.

Solución: Sean $P_1 := (-1,-4)$, $P_2 := (6,-5)$, $P_3 := (3,4)$ y $C := (h,k)$ el centro de la circunferencia. Igualando las distancias de P_1 a C y de P_2 a C, se tiene que

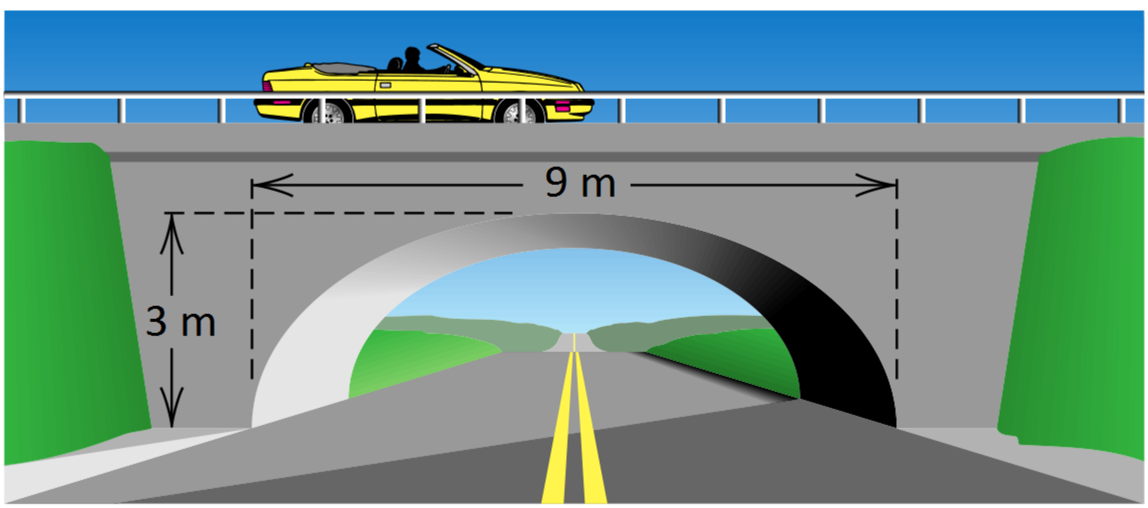
$$\sqrt{(h+1)^2+(k+4)^2} = \sqrt{(h-6)^2+(k+5)^2} \Rightarrow 7h-k=22. \text{ **(4 puntos)**} \quad (1)$$

Igualando las distancias de P_2 a C y de P_3 a C, se tiene que

$$\sqrt{(h-6)^2+(k+5)^2} = \sqrt{(h-3)^2+(k-4)^2} \Rightarrow h-3k=6. \text{ **(4 puntos)**} \quad (2)$$

De (1) y (2), se obtiene que $C = (3,-1)$, por lo tanto el radio de la circunferencia es $r = d(C,P_1) = 5$ **(4 puntos)** y la ecuación es $(x-3)^2+(y+1)^2 = 25$. **(3 puntos)**

4. El arco de un puente es semielíptico, con eje mayor horizontal. La base del arco mide 9 metros y la parte más alta del arco mide 3 metros arriba del pavimento horizontal. Encontrar la altura del arco a 1.8 metros del centro de la base.



Solución: Considerando el centro de la base como el punto $(0,0)$, se tiene que las longitudes horizontal y vertical de los semiejes son $a = 9/2$ y $b = 3$, respectivamente, por lo tanto la ecuación de la elipse es

$$\frac{x^2}{(9/2)^2} + \frac{y^2}{9} = 1. \text{ **(10 puntos)**}$$

Reemplazando $x = 9/5$ en la ecuación anterior, se obtiene que $y = \sqrt{189}/5$, valor que corresponde (en metros) a la altura del arco a 1.8 metros del centro de la base. **(5 puntos)**

4 de Enero 2019
EGG/egg