

Solución Evaluación 2. 527113 - 527117

1. (15 puntos) Exprese la expresión en la forma más simplificada:

a) $\frac{\sqrt[3]{a^{-1}}(a^2 - b^2)}{(a^2 + 2ab + b^2)a^{2/3}}$, b) $\frac{\frac{2a^2 - b^2}{a} - b}{\frac{4a^2 + b^2}{4ab} + 1}$, c) $(1 - x)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)$

Solución.- 5 puntos cada ítem.

a) $\frac{\sqrt[3]{a^{-1}}(a^2 - b^2)}{(a^2 + 2ab + b^2)a^{2/3}} = \frac{a^{-1/3}(a - b)(a + b)}{a^{2/3}(a + b)^2} = \frac{a - b}{a(a + b)}$.

b) $\frac{\frac{2a^2 - b^2}{a} - b}{\frac{4a^2 + b^2}{4ab} + 1} = \frac{\frac{2a^2 - b^2 - ab}{a}}{\frac{4a^2 + b^2 + 4ab}{4ab}} = 4b \frac{(2a + b)(a - b)}{(2a + b)^2} = 4b \frac{a - b}{2a + b}$

c) $(1 - x)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5) =$

$$\begin{aligned} & (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5) - (x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6) \\ & = 1 - x^6 \end{aligned}$$

2. (15 puntos) Resuelva la ecuación

$$\frac{2 - 3x}{4x + 5} = a$$

donde x es la incógnita y a es un valor real conocido.

Analice si esta ecuación tiene solución para todo valor $a \in \mathbb{R}$.

Solución.- Para $x \neq -\frac{5}{4}$:

$$\begin{aligned} \frac{2 - 3x}{4x + 5} = a & \iff (2 - 3x) = a(4x + 5) \\ & \iff 2 - 3x = 4ax + 5a \\ & \iff (4a + 3)x = 2 - 5a \\ & \iff x = \frac{2 - 5a}{4a + 3} \quad (\text{siempre que } a \neq -\frac{3}{4}) \end{aligned}$$

(11 puntos)

La ecuación tiene única solución para $a \neq -\frac{3}{4}$.

(4 puntos)

3. (15 puntos) Resuelva las siguientes situaciones, a través de una ecuación o de un sistema de ecuaciones:

1. En mi tienda tengo a la venta 76 corbatas, hay rojas, verdes y azules. Las corbatas verdes son 10 más que las corbatas rojas, y las corbatas azules son la misma cantidad que las corbatas rojas y verdes juntas ¿Cuántas corbatas de cada color tengo para vender?

Solución.- Siendo

$$\begin{aligned}x & : \text{ número de corbatas rojas} \\y & : \text{ número de corbatas verdes} \\z & : \text{ número de corbatas azules}\end{aligned}$$

se tiene: $y = 10 + x$ y $z = x + y$, luego

$$x + (10 + x) + (x + 10 + x) = 76$$

De aquí

$$4x = 56 \quad \text{y} \quad x = 14$$

Por lo tanto, $x = 14$, $y = 24$, $z = 38$

(7 puntos)

2. Andrés se desea comprar una chaqueta y una camisa. Entre ambos productos, el precio total es de \$60000. Sin embargo, al llegar a la caja, se da cuenta que la chaqueta está con 25% de descuento, por lo que precio total es ahora de \$51000 ¿Cuál es el precio original de cada artículo?

Solucion.- Sean

$$\begin{aligned}x & : \text{ precio de la chaqueta} \\y & : \text{ precio de la camisa}\end{aligned}$$

Se tiene entonces,

$$\begin{aligned}x + y & = 60000 \\ \frac{3}{4}x + y & = 51000\end{aligned}$$

luego, restando (1) - (2) : $\frac{1}{4}x = 9000$ y

$$x = \$36000, \quad y = \$24000 \quad (8 \text{ puntos})$$

4. (15 puntos) Considere la ecuación cuadrática

$$3x^2 + \alpha x + 3 = 0,$$

con α una constante real.

1. Determine todos los valores reales de α , para los cuales la ecuación tiene solución única.

Sol.- Para que la ecuación tenga única solución se requiere que su discriminante sea nulo. Así, $\Delta = \alpha^2 - 36 = 0$ y $a = 6 \vee a = -6$

(5 puntos)

2. Si $\alpha = -10$, determine el conjunto solución de esta ecuación.

Sol.- $3x^2 - 10x + 3 = 0$ para

$$\begin{aligned}x &= \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{6} \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6}\end{aligned}$$

de donde $x_1 = 3$ y $x_2 = \frac{1}{3}$

(5 puntos)

3. Si $\alpha = 2$, determine el conjunto solución de esta ecuación.

Sol.- $3x^2 + 2x + 3 = 0$ para

$$\begin{aligned}x &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 36}}{6} \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{-32}}{6} = \frac{10 \pm 4\sqrt{2}i}{6}\end{aligned}$$

de donde $x_1 = \frac{5}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}i$ y $x_2 = \frac{5}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}i$

(5 puntos)

Tiempo: 90 minutos

13/11/2020.