

Pauta Evaluación N°2
Matemática I (527113/527117)

1. Un niño tarda 90 minutos en podar el pasto del jardín de su casa y su hermano mayor puede podarlo en 60 minutos. ¿Cuánto tardarían en podar el pasto si trabajaran juntos, usando dos podadoras?

Solución: Sea t la cantidad de minutos que tardan el niño y su hermano mayor en podar el pasto del jardín. Al considerar las partes del total de pasto a podar en un minuto:

$$\frac{1}{90} := \text{parte del pasto podado por el niño en un minuto}$$

$$\frac{1}{60} := \text{parte del pasto podado por el hermano mayor del niño en un minuto}$$

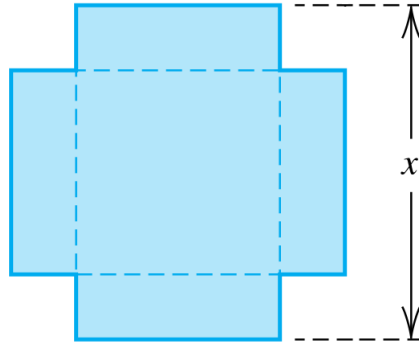
$$\frac{1}{t} := \text{parte del pasto podado por el niño y su hermano mayor en un minuto}$$

dado que la parte del pasto podado por el niño en un minuto más parte del pasto podado por el hermano mayor del niño en un minuto es igual a la parte del pasto podado por el niño y su hermano mayor en un minuto **(6 puntos)**, se tiene

$$\frac{1}{90} + \frac{1}{60} = \frac{1}{t},$$

de donde, $t = 36$ minutos es el tiempo que tardan el niño y su hermano mayor en podar el pasto. **(6 puntos)**

2. Una caja con base cuadrada y sin tapa ha de construirse a partir de una pieza cuadrada de hojalata al cortar un cuadrado de 2 centímetros de lado en cada esquina y doblar los lados hacia arriba.



Si el volumen de la caja debe ser igual a 128 centímetros cúbicos, ¿de qué tamaño debe ser la pieza de hojalata que debe utilizarse?

Solución: Sea x la longitud del lado de la pieza cuadrada de hojalata. Como el área de la base de la caja es igual a $A = (x - 4)^2$ y la altura de ella es igual a $h = 2$, entonces la condición para el valor del volumen se escribe como

$$A \cdot h = V \Leftrightarrow (x - 4)^2 \cdot 2 = 128. \text{ (6 puntos)}$$

Como $(x - 4)^2 = 64 \Rightarrow (x - 4)^2 - 8^2 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 12) = 0 \Rightarrow (x = -4 \vee x = 12)$ y x no puede ser negativo, pues se trata de una longitud, entonces el lado de la pieza cuadrada de hojalata debe ser longitud $x = 12$ centímetros. (6 puntos)

3. Determinar el valor de $x \in \mathbb{R}$ que satisface la ecuación

$$\sqrt{4x-3} - \sqrt{x-2} = \sqrt{3x-5}.$$

Solución: Elevando al cuadrado en ambos de la igualdad de la ecuación, se tiene

$$4x - 3 - 2\sqrt{4x-3}\sqrt{x-2} + x - 2 = 3x - 5$$

$$-2\sqrt{(4x-3)(x-2)} = -2x$$

$$\sqrt{4x^2 - 11x + 6} = x$$

$$4x^2 - 11x + 6 = x^2$$

$$3x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$(3x-2)(x-3) = 0 \quad \text{(8 puntos)}$$

y por lo tanto, se tiene que $x = 2/3$ o $x = 3$. Dado que $x = 2/3$ no satisface la ecuación, pues ninguna de las tres cantidades subradicales es no negativa para dicho valor (basta con que una cantidad subradical sea negativa), entonces la única solución es $x = 3$. **(4 puntos)**

4. Hallar todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ tales que:

a) $\sqrt{\frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 + 4}} \in \mathbb{R}$

b) $\left| \frac{(x-7)(x^2+1)}{x^2-9} \right| = -\frac{(x-7)(x^2+1)}{x^2-9}$

Solución:

a) De la equivalencia

$$\sqrt{\frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 + 4}} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (2x + 1)(x - 3) \geq 0 \quad \text{(4 puntos)}$$

y la tabla de signos

x		$-1/2$		3	
$2x + 1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - 3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(2x + 1)(x - 3)$	$+$	0	$-$	0	$+$

se tiene que los $x \in \mathbb{R}$ tales que $\sqrt{\frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 + 4}} \in \mathbb{R}$, son los que pertenecen al conjunto $S = \left] -\infty, -\frac{1}{2} \right] \cup [3, +\infty[$. **(8 puntos)**

b) De la equivalencia

$$\left| \frac{(x-7)(x^2+1)}{x^2-9} \right| = -\frac{(x-7)(x^2+1)}{x^2-9} \Leftrightarrow \frac{(x-7)}{x^2-9} \leq 0 \quad \text{(4 puntos)}$$

y la tabla de signos

x		-3		3		7	
$x + 3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x - 3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - 7$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{(x-7)}{x^2-9}$	$-$		$+$		$-$	0	$+$

se tiene que los $x \in \mathbb{R}$ tales que $\left| \frac{(x-7)(x^2+1)}{x^2-9} \right| = -\frac{(x-7)(x^2+1)}{x^2-9}$, son los que pertenecen al conjunto

$$S = \left] -\infty, -3 \right] \cup [3, 7]. \quad \text{(8 puntos)}$$

22 de Noviembre de 2018
EGG/egg