UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
HPV/

Solución Evaluación 1. 527113-527117.

1. (10 puntos) Determine si el siguiente esquema es tautología, contradicción o contingencia

$$A := \sim(p \to q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$$

Solución.- La tabla de valores de verdad es

p	q	$p \to q$	$\sim(p \to q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	A
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	F	V	F	V

Por lo tanto, A es una tautología.

(10 puntos)

2. (15 puntos) Considere las siguientes proposiciones:
p : Juan nació en Concepción.
q : Juan no nació en Chillán.
Según su razonamiento lógico determine el valor de verdad que podrían tener las proposiciones: $p \to q$ y $q \to p$.

Según este razonamiento ¿puede escribir alguna de las implicaciones $p \implies q$ o bien $q \implies p$?

Solución.- De acuerdo a las afirmaciones se tiene:

Cuando p es verdadera, q también es verdadera.

Cundo p es falsa, q puede ser verdadera o falsa (ambas posibilidades).

(5 puntos)

Por lo tanto, $p \to q$ es siempre verdadera y $q \to p$ puede ser verdadera o falsa.

(5 puntos)

Por lo anterior, podemos escribir $p \implies q$, pero **NO** es válida $q \implies p$

(5 puntos)

3. (10 puntos) En el universo de los números enteros $\mathbb{Z}$, considere los conjuntos

$$\begin{aligned} A &= \left\{ n \in \mathbb{Z} : \frac{60}{n} \in \mathbb{Z} \right\} \quad \text{divisores de } 60 \\ B &= \left\{ n \in \mathbb{Z} : \frac{150}{n} \in \mathbb{Z} \right\} \quad \text{divisores de } 150 \end{aligned}$$

Determine los conjuntos $A \cap B$ y $A - B$.

Solución.- Por extensión $150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$$\begin{aligned} A &= \{\pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5, \pm6, \pm10, \pm12, \pm15, \pm20, \pm30, \pm60\} \\ B &= \{\pm1, \pm2, \pm3, \pm5, \pm6, \pm10, \pm15, \pm25, \pm30, \pm50, \pm75, \pm150\} \quad \text{(4 puntos)} \end{aligned}$$

De aquí,

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\pm1, \pm2, \pm3, \pm5, \pm6, \pm10, \pm15, \pm30\} \qquad \text{(3 puntos)} \\ A - B &= \{\pm4, \pm12, \pm20, \pm60\} \qquad \text{(3 puntos)} \end{aligned}$$

4. (10 puntos) Sobre el conjunto universo $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{Z} : -3 \leq x \leq 3\}$, considere la proposición

$$p : \exists x, x \in \mathcal{U} : (\forall y, y \in \mathcal{U} : x + y \geq 0)$$

a) Determine su valor de verdad.

b) Escriba su negación.

Solución.- a) p es **verdadera** porque para $x = 3$ se tiene

$$\begin{aligned} 3 - 3 &\geq 0,\ 3 - 2 \geq 0,\ 3 - 1 \geq 0,\ 3 - 0 \geq 0 \\ 3 + 1 &\geq 0,\ 3 + 2 \geq 0 \text{ y } 3 + 3 \geq 0 \qquad \text{(5 puntos)} \end{aligned}$$

b) Su negación es: $\forall x, x \in \mathcal{U} : (\exists y, y \in \mathcal{U} : x + y < 0)$

(5 puntos)

5. (15 puntos) Decida si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justifique en cada caso:

a) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} : a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$, b) $1,\bar{9} \notin \mathbb{Z}$

c) $\exists x, x \in \mathbb{R} : \dfrac{2x + 3}{6x + 9} = 1$, d) $\frac{7}{9} - \frac{2}{7} = \frac{5}{2}$

e) $\forall x, x \in \mathbb{R} - \{-1\} : \dfrac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \dfrac{x}{1 + x}$

Solución.- 3 puntos cada item.

a) Es falsa, porque $1 + (2 \cdot 3) \neq (1 + 2) \cdot (1 + 3)$.

b) Es falsa, porque $1, \bar{9} = 2$

c) Es falsa, porque

$$\frac{2x+3}{6x+9} = \frac{2x+3}{3\,(2x+3)} = \frac{1}{3}$$

d) Es falsa, porque $\frac{7}{9} - \frac{2}{7} = \frac{31}{63}$

e) Es verdadera, porque

$$\frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x+1}{x}} = \frac{x}{x+1}$$

Tiempo: 90 minutos

09/10/2020.