

Pauta Evaluación N°1  
Matemática I (527113/527117)

1. Decidir, utilizando tablas de verdad, si la expresión lógica definida por

$$\{\sim [\sim (p \wedge q) \rightarrow \sim q] \vee q\} \leftrightarrow q$$

es una tautología.

**Solución:** De la tabla siguiente tabla

$p$	$q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim q$	$[\ ]$	$\{ \}$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F

se tiene que la expresión  $\sim [\sim (p \wedge q) \rightarrow \sim q] \vee q$ , independientemente de los valores de verdad de  $p$  y  $q$ , tiene el mismo valor de verdad que proposición  $q$  (**6 puntos**) y por lo tanto, se tiene que la expresión lógica  $\{\sim [\sim (p \wedge q) \rightarrow \sim q] \vee q\} \leftrightarrow q$  resulta siempre verdadera (**2 puntos**) y entonces ella es una tautología. (**2 puntos**)

2. Considerar los siguientes conjuntos:

$$A = \mathbb{N} \cap [2, 8[, \quad B = [-3, 9] - [5, 8[ \quad \text{y} \quad C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 11\}.$$

Determinar justificadamente el valor de verdad de los siguientes enunciados:

- a)  $\exists! x \in \mathbb{R} : x \in A - B.$                       c)  $C \subseteq B.$   
b)  $\sqrt{11} \in A \rightarrow \sqrt{11} \notin C.$                       d)  $\forall x \in A, \exists y \in B : x + y < 13.$

**Solución:**

- a) Como  $A - B = \{5, 6, 7\}$ , es claro que la afirmación es falsa. (**5 puntos**)  
b) Considerando que las proposiciones  $\sqrt{11} \in A$  y  $\sqrt{11} \notin C$ , son falsa y verdadera respectivamente, se obtiene que la afirmación es verdadera. (**5 puntos**)  
c) Dado que  $-\sqrt{10} \in C$  y  $-\sqrt{10} \notin B$ , se tiene que  $C$  no es subconjunto de  $B$  y por lo tanto, la afirmación es falsa. (**5 puntos**)  
d) Al sumar 0 (que pertenece al conjunto  $B$ ) a cada elemento de  $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  se obtiene siempre un valor menor que 13, por lo tanto, la afirmación es verdadera. (**5 puntos**)

3. Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  conjuntos cualesquiera. Demostrar que

$$(A^c \cup B) - C = (A \cup C)^c \cup (B - C).$$

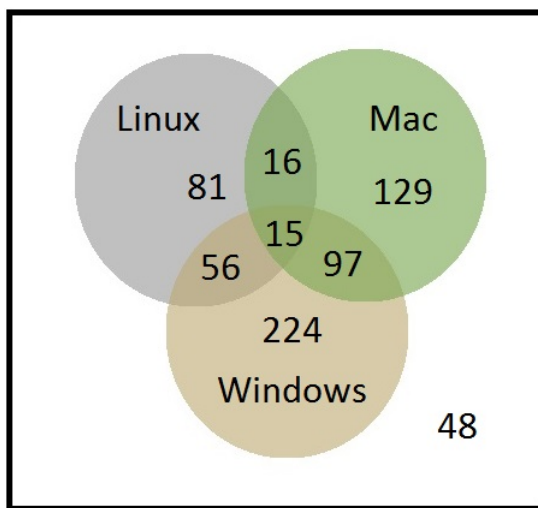
**Solución:**

$$\begin{aligned} (A^c \cup B) - C &= (A^c \cup B) \cap C^c, \text{ pues } X - Y = X \cap Y^c \\ &= (A^c \cap C^c) \cup (B \cap C^c), \text{ pues } (X \cup Y) \cap Z = (X \cap Z) \cup (Y \cap Z) \\ &= (A \cup C)^c \cup (B \cap C^c), \text{ pues } (X \cup Y)^c = X^c \cap Y^c \\ &= (A \cup C)^c \cup (B - C), \text{ pues } X - Y = X \cap Y^c. \text{ (14 puntos)} \end{aligned}$$

4. En un estudio de mercado, se obtuvo la siguiente información sobre el manejo de los sistemas operativos Linux, Mac y Windows: De un grupo de estudiantes; 168 manejan Linux, 257 manejan Mac, 392 manejan Windows, 31 manejan simultáneamente Linux y Mac, 71 manejan Linux y Windows, 112 manejan Mac y Windows, 15 manejan los tres sistemas y 48 no manejan ninguno. Determinar el número de estudiantes que:

- fueron encuestados.
- no manejan Windows.
- manejan Linux y Mac o manejan Linux y Windows.
- manejan dos de los sistemas.

**Solución:** Del diagrama de Venn-Euler



(4 puntos) se obtienen cada una de las cantidades pedidas:

- a) 666 (3 puntos) b) 274 (3 puntos) c) 87 (3 puntos) d) 184 (3 puntos).

11 de Octubre de 2018  
EGG/egg