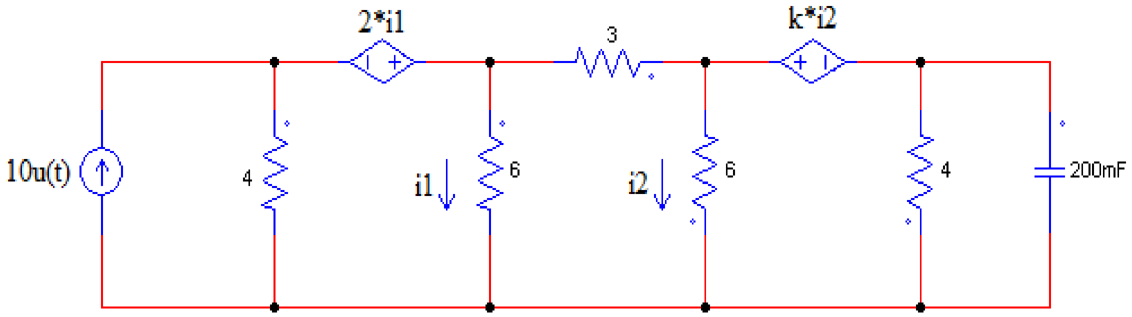
Práctica Final

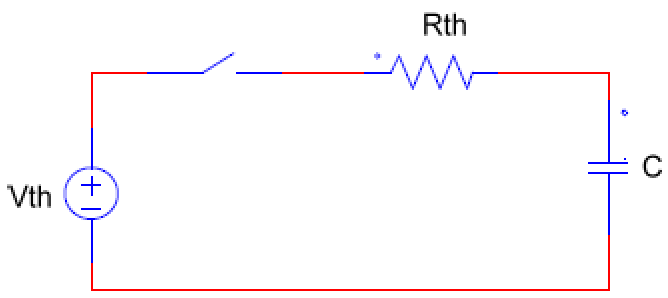
Repaso de Thévenin

Paso 1: Se "apagan" las fuentes independientes (se dejan abiertas las fuentes de corriente y se cortocircuitan las fuentes de voltaje).
Paso 2: Se "inyecta" una corriente de prueba y se busca la relación $\frac{v_p}{i_p} = R_{TH}$
Paso 3: Se encuentra el voltaje en terminales para finalmente dibujar el equivalente Thévenin.

1. **Para el circuito de la figura, encontrar las restricciones para la ganancia k (si es que existen) de forma que el circuito sea estable considerando la evolución del voltaje del capacitor.**



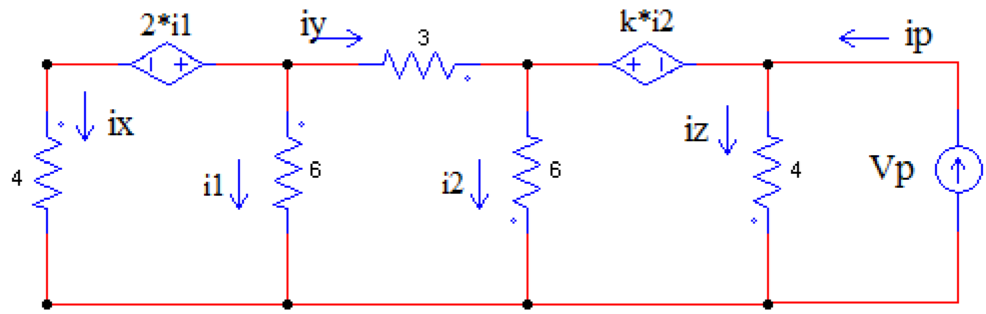
Solución:
Se puede observar que la situación es la carga de un condensador, el circuito equivalente es el siguiente:



Donde se espera una respuesta del tipo:

$$v(t) = V(1 - e^{-\frac{1}{R_{th}C}t})$$

Para determinar la estabilidad del circuito se deberá encontrar la resistencia para el circuito equivalente de Thévenin. Aplicando los pasos se tiene el siguiente circuito:



Se supusieron las corrientes i_x, i_y e i_z. La corriente de prueba y el voltaje de prueba por definición van en esa dirección (Si no es así, dará un resultado incorrecto).

LVK:

$$4i_x + 2i_1 - 6i_1 = 0 \quad (1)$$
$$6i_1 - 3i_y - 6i_2 = 0 \quad (2)$$
$$6i_2 - ki_2 - 4i_z = 0 \quad (3)$$
$$v_p = 4i_z \quad (4)$$

LCK:

$$-i_x - i_y - i_1 = 0 \quad (5)$$
$$i_p - i_z - i_2 + i_y = 0 \quad (6)$$

De (1) se obtiene que:

$$i_1 = i_x \quad (7)$$

Reemplazando (7) en (5)

$$i_y = -2i_x \quad (8)$$

Reemplazando (8) en (2)

$$i_2 = 2i_x \quad (9)$$

Reemplazando (9) en (3):

$$i_z = \frac{i_x}{2}(6-k) \quad (10)$$

Reemplazando (10) en (6):

$$i_x = \frac{2i_p}{(14-k)} \quad (11)$$

Luego:

$$i_z = i_p\frac{(6-k)}{(14-k)}$$

Si se reemplaza en (4) se obtiene finalmente que:

$$R_{TH} = \frac{v_p}{i_p} = 4\frac{(6-k)}{(14-k)}$$

Por lo tanto para que se cumpla $R_{TH} > 0$, se debe cumplir que $k < 6 \cup k > 14$.

Equivalentes en el Plano s

En el caso de un capacitor se sabe que:

$$i = C\frac{dv}{dt} \quad (12)$$

Aplicando la transformada de Laplace se llega:

$$v(s) = \frac{1}{sC}i(s) + \frac{v(0)}{s} \quad (13)$$

Lo que significa que un capacitor se puede reemplazar como una impedancia de valor $\frac{1}{sC}$ y una fuente de voltaje en serie cuyo valor es $\frac{v(0)}{s}$.

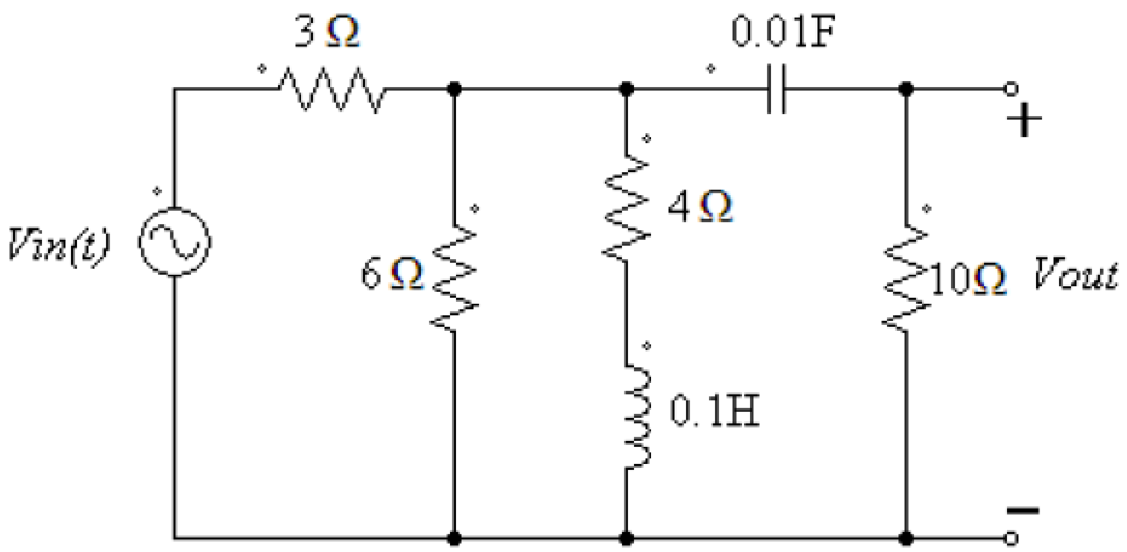
Aplicando el mismo razonamiento para un inductor:

$$v = L\frac{di}{dt} \quad (14)$$

Y en el plano s:

$$v(s) = Lsi(s) - Li(0) \quad (15)$$

2. **Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y verificar si es estable o no.**



Solución:

Se asumen las condiciones iniciales nulas y se procede a trabajar directamente con las impedancias. Se puede reducir el circuito haciendo una impedancia equivalente de los elementos en paralelo, se tiene:

$$Z_{eq} = 6\frac{4+0.1s}{10+0.1s}$$

Ahora se procede a aplicar LVK:

$$v_{in} - 3(I_1 + I_2) - I_1 Z_{eq} = 0 \tag{16}$$

$$I_1 Z_{eq} - \left(\frac{10s+100}{s}\right) I_2 = 0 \tag{17}$$

De (17) se puede despejar I_2:

$$\mathrm{I}_2 = I_1 Z_{eq}\frac{s}{10s+100}$$

Reemplazando en (16)

$$V_{in} - 3I_1 - 3I_1 Z_{eq}\frac{s}{10s+100} - I_1 Z_{eq}$$

Luego despejando V_{in}:

$$v_{in} = I_1\left(3 + 3\frac{6(4+0.1s)s}{(10s+100)(10+0.1s)} + \frac{6(4+0.1s)}{10+0.1s}\right)$$

Factorizando y reordenando algunos términos:

$$v_{in} = I_1\left(3 + \frac{1.8(s+40)s}{(s+10)(s+100)} + \frac{6(s+40)}{s+100}\right)$$

Luego:

$$v_{in} = I_1\left(\frac{3s^2 + 330s + 3000 + 1.8s^2 + 72s + 6s^2 + 300s + 2400}{(s+10)(s+100)}\right)$$

Sumando y despejando I_1 se tiene:

$$I_1 = \frac{v_{in}(s+10)(s+100)}{10.8s^2 + 702s + 5400}$$

Aplicando nuevamente LVK, se tiene que:

$$V_{out} = 10I_2$$

Se puede obtener I_2 reemplazando I_1, luego se tiene que:

$$v_{out} = 6v_{in}\frac{(s+40)s}{10.8(s^2+65s+500)}$$

La definición de función de transferencia es salida/entrada, luego:

$$H(s) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{5}{9}\frac{(s+40)s}{s^2+65s+500}$$

Encontrando las raíces en el denominador se tiene que los polos son:

$$p_1 = -56.0850$$

$$p_2 = -8.9150$$

Como ambos polos se encuentran en el semiplano izquierdo el sistema es estable.