

Tarea 2

Semestre primavera 2002

Ramo: 525412, Introducción a la matemática discreta.

Profesora: Anahí Gajardo

Plazo de entrega: lunes 23 de septiembre

Resolver sólo 3 problemas.

Problema 1

a) Demuestre que no existe ningún grafo no dirigido simple, con más de 1 vértice, tal que todos sus vértices tienen grado diferente.

b) Una pareja organiza una cena e invita a otras 3 parejas. Cuando ya han llegado todos los invitados, la anfitriona pregunta a cada uno de los presentes (incluyendo a su esposo) a cuántas personas le dió la mano. Como resultado de su encuesta, resulta que cada uno dió la mano a un número diferente de personas.

Suponiendo que ninguno dio la mano a su propia pareja, responda: ¿A cuántos invitados dió la mano la anfitriona?

Problema 2 Demuestre que:

Un grafo dirigido $G = (V, E)$ es fuertemente conexo sí y solo sí para cualquier partición de V en dos conjuntos disjuntos $V = S \sqcup T$, existe un arco de un vértice de S a otro de T .

Problema 3

Dado un grafo simple no dirigido $G = (V, E)$ se define el grafo complemento $\bar{G} = (V, \bar{E})$, donde $\bar{E} = \{\{u, v\} | \{u, v\} \notin E\}$.

Ejemplo:

Si $V = \{1, 2, 3\}$ y $E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}\}$, entonces $\bar{E} = \{\{2, 3\}\}$.

Demuestre que si un grafo simple no dirigido $G = (V, E)$ no es conexo, entonces su complemento \bar{G} sí lo es.

Problema 4

Sea $G = (V, E)$, donde $V = \overline{1, 15}$ y $E = \{\{u, v\} | u \text{ y } v \text{ no son primos relativos}\}$.

1. Dibuje G .
2. Dibuje \bar{G} .
3. ¿Cuántas componentes conexas tiene G ?
4. ¿Es G euleriano?
5. ¿Cuál es el largo máximo que puede tener un camino en G ?
6. ¿Cuál es el número cromático de G .

Justifique cada una de sus respuestas.