

SISTEMAS DINÁMICOS DISCRETOS (525612)

Evaluación 2

P1. Para cada $n \geq 2$ se define un n -switch como una red Booleana $N = (G, (f_1, \dots, f_n))$ de n nodos tal que $\forall i = 1, \dots, n, f_i(x) = \bigwedge_{j \neq i} \bar{x}_j$.

1. **(0.8 puntos)** Muestre que un n -switch tiene exactamente n puntos fijos.
2. **(1.0 puntos)** Encuentre los ciclos límites de un n -switch iterado en paralelo ¿Es posible que un n -switch pueda tener la misma dinámica cuando es iterada en paralelo y en secuencial?
3. **(1.2 puntos)** Sea $N = (G, (f_1, \dots, f_n))$ un n -switch y $s_1 \neq s_2$ dos esquemas de actualización secuenciales de N . Pruebe que:

$$F^{s_1} = F^{s_2} \iff \exists i^*, s_1(i^*) = s_2(i^*) = 1.$$

(Ind: pruebe y use que $\forall i, f_i^{s_1}(x) = \bigwedge_{j \neq i^*} \bar{x}_j$).

P2. En esta pregunta estudiaremos el autómata de mayoría de radio 1 M , cuya regla local m es la siguiente.

$$m(a, b, c) = \begin{cases} 0 & \text{si } a + b + c \leq 1 \\ 1 & \text{si } a + b + c \geq 2 \end{cases}$$

1. **(1.3 puntos)** Determine si M es o no sobreyectivo, inyectivo, equicontinuo, casi-equicontinuo, sensitivo, expansivo y transitivo.
2. **(0.4 puntos)** Dado un autómata celular cualquiera $T : A^{\mathbb{Z}} \rightarrow A^{\mathbb{Z}}$, considere la función $F = \sigma \circ T$. Demuestre que F es también un autómata celular.
3. **(1.3 puntos)** Demuestre que $\sigma \circ M$ es sensitivo y decida si todo autómata de la forma $\sigma \circ T$ es siempre sensitivo.