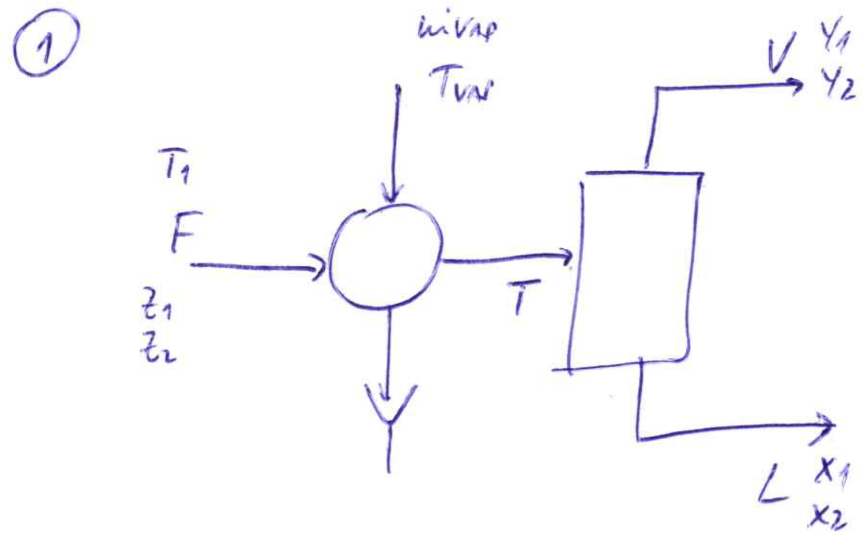
(1)



* Plantea correctamente balances y ecuaciones de las restricciones 1
* Plantea función objetivo 0,5 0.5
* define variables y grados de libertad 0,5

PARA PLANTEAR EL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN NECESITAMOS SABER LAS ECUACIONES INVOLUCRADAS: BALANCES DE MATERIA, ENERGÍA Y RELACIONES DE EQUILIBRIO.

- BALANCES DE MATERIA EN EL SEPARADOR:

$$z_1 F = y_1 V + x_1 L \quad (1)$$
$$z_2 F = y_2 V + x_2 L \quad (2)$$ (el balance global es redundante)

- RELACIONES DE EQUILIBRIO:

$$y_1 = K_1 x_1 \quad (3)$$ K_1, K_2 son funciones de la temperatura T
$$y_2 = K_2 x_2 \quad (4)$$

ADEMÁS:
$$z_1 + z_2 = 1 \quad (5)$$
$$x_1 + x_2 = 1 \quad (6)$$
$$y_1 + y_2 = 1 \quad (7)$$

BALANCES DE ENERGÍA

VAPOR DE AGUA CONDENSANDO: $$\dot{Q} = \dot{m}_{VAP} \cdot \Delta\hat{H}_{VAP} \quad (8)$$

EN LA CORRIENTE DE ALIMENTACIÓN

$$H_1 + \dot{Q} = H$$

líquido saturado: puede ser cero o puede ser $T_{ref} = T_1$

$$H_1 = H_1^L = (z_1 F Cp_1^L + z_2 F Cp_2^L)(T_1 - T_{ref})$$

mezcla de vapor y líquido: $H = H^L + H^V$

$$H^L = (x_1 L Cp_1^L + x_2 L Cp_2^L)(T - T_{ref})$$

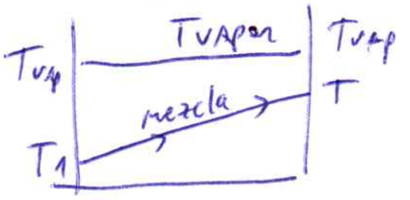
$$H^V = (y_1 V Cp_1^V + y_2 V Cp_2^V)(T - T_{ref}) + y_1 V \Delta H_1^{vap} + y_2 V \Delta H_2^{vap}$$

Entonces:

$$\dot{Q} = (x_1 L Cp_1^L + x_2 L Cp_2^L)(T - T_{ref}) + (y_1 V Cp_1^V + y_2 V Cp_2^V)(T - T_{ref}) + y_1 V \Delta H_1^{vap}$$

$$+ y_2 V \Delta H_2^{vap} - (z_1 F Cp_1^L + z_2 F Cp_2^L)(T_1 - T_{ref}) \qquad (9)$$

Calor transferido:



$$\dot{Q} = UA \, \Delta T_{ml}$$

$$\dot{Q} = UA \frac{(T_V - T_1) - (T_V - T)}{\ln \frac{T_V - T_1}{T_V - T}} \qquad (10)$$

SE TIENEN 10 ECUACIONES.

VARIABLES z_1, z_2, y_1, y_2, x_1, x_2

L, V, F

$\dot{Q}$, $\dot{m}_{vap}$, T_{vap}, T_1, T

son 14, de las cuales se conocen z_1, F y T_{vap} ó T_1, lo que hace un total de 1 grado de libertad:

$g.l = 11 - 10 = 1$

Función objetivo

Utilidad = Ingresos por ventas de componente 1 − costo del vapor

$$U = \underset{\$/mol1}{P_1} \underset{mol1/h}{\underbrace{V y_1}} - \underset{\$/kg}{\underbrace{C_{vap}}} \underset{kg/h}{\dot{m}_{vap}} \qquad (*)$$

El problema de optimización consiste en maximizar (*) sujeto a las restricciones (1) a (9)

② $f(x) = 3x^2 + \frac{12}{x^3} - 5$

minimiza en el intervalo $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$
con cuatro evaluaciones de la función objetivo

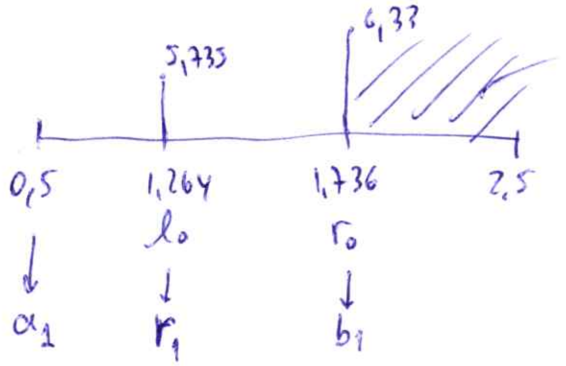
a) Resuelve correctamente 0,[0.8]
b) Resuelve correctamente 0,[0.8]
c) compara el avance de ambos métodos 0,[0.4]

a) Sección áurea: $n = 4$

$C_4 = (0{,}618)^{4-1} = 0{,}236$. Se reducirá el intervalo a un 23,6% del inicial

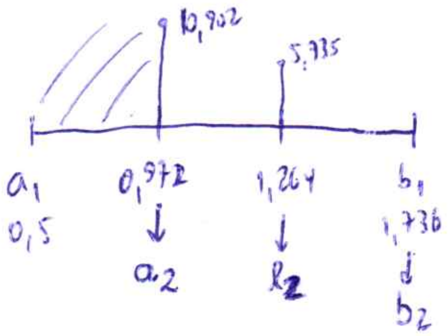
$l_0 = b_0 - \tau(b_0 - a_0) = 2{,}5 - 0{,}618(2) = 1{,}264$ $\quad f(l_0) = 5{,}735$

$r_0 = a_0 + \tau(b_0 - a_0) = 0{,}5 + 0{,}618 \cdot 2 = 1{,}736$ $\quad f(r_0) = 6{,}33$

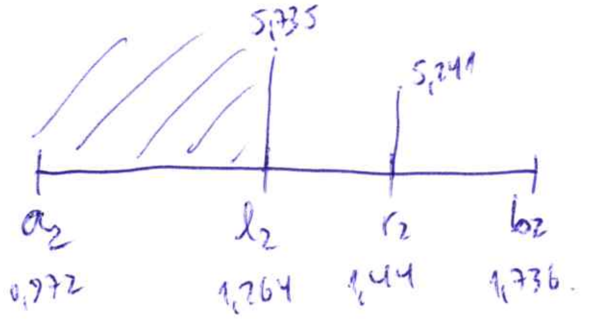


→ Se elimina este intervalo si se supone unimodalidad

$l_1 = b_1 - \tau(b_1 - a_1) = 1{,}736 - 0{,}618(1{,}736 - 0{,}5) = 0{,}972$ $\quad f(l_1) = 10{,}902$



$r_2 = a_2 + \tau(b_2 - a_2) = 0{,}972 + 0{,}618(1{,}736 - 0{,}972) = 1{,}44$ $\quad f(r_2) = 5{,}241$



Intervalo final $[1,264 \; , \; 1,736]$

$$C_4 = \frac{1,736-1,264}{2} = 0,236$$ ✓✓ se redujo efectivamente al 23,6%

$\tilde{x}^* = 1,5$ ($\bar{x}$ entre los dos extremos del intervalo)

b) Interpolación cuadrática

Se necesitan 3 puntos iniciales de interpolación.

Arbitrariamente se elige $x=1,5$ como punto intermedio.

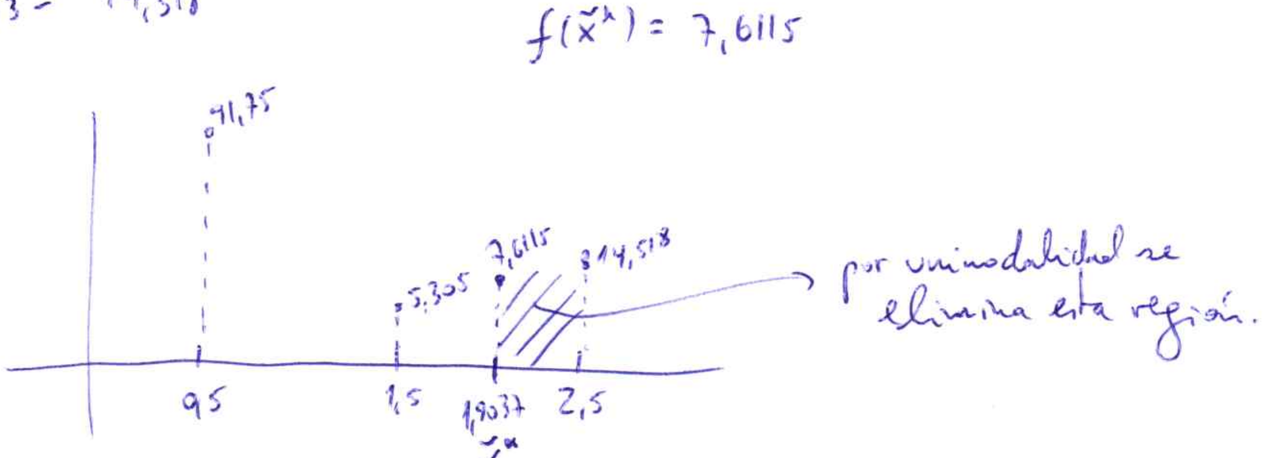
$x_1 = 0,5$
$x_2 = 1,5$
$x_3 = 2,5$

$$\tilde{x}^* = \frac{1}{2}\left[\frac{(x_2^2-x_3^2)f_1+(x_3^2-x_1^2)f_2+(x_1^2-x_2^2)f_3}{(x_2-x_3)f_1+(x_3-x_1)f_2+(x_1-x_2)f_3}\right]$$

$f_1 = 91,75$
$f_2 = 5,305$
$f_3 = 14,518$

entonces $\tilde{x}^* = 1,9037$

$f(\tilde{x}^*) = 7,6115$



Intervalo final de búsqueda: [0,5 , 1,9037]

Para 4 evaluaciones de la función el método de la sección áurea reduce en mayor medida el intervalo de búsqueda ya que no necesita evaluar los extremos para comenzar.

2-3

③ Determinar si los problemas siguiente son convexos o no:

a) Determina correctamente la convexidad o no del problema 1

b) idem 1

a) minimizar $f = x_1^4 + x_2^2$

$$S.a:\ h = (x_1 - 0{,}4)^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 = 2$$

Una restricción no lineal de igualdad no permite asegurar que el problema sea convexo aunque f y h lo sean. En este caso el problema <u>no es convexo</u>. Ver figura anexa p. 3-4

b) mín $f = 100 x_1 + \dfrac{200}{x_1 x_2}$

s.a. $g = 2x_2 + \dfrac{300}{x_1 + x_2} \geq 1$

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

convexidad de f: $\dfrac{\partial f}{\partial x_1} = 100 - \dfrac{200}{x_1^2 x_2}$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = -\frac{200}{x_2^2 x_1}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = \frac{400}{x_1^3 x_2} \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = \frac{400}{x_2^3 x_1} \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{200}{x_1^2 x_2^2}$$

$$\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} \dfrac{400}{x_1^3 x_2} & \dfrac{200}{x_1^2 x_2^2} \\ \dfrac{200}{x_1^2 x_2^2} & \dfrac{400}{x_2^3 x_1} \end{bmatrix}$$

Criterio de Sylvester

$$D_1 = \frac{400}{x_1^3 x_2} > 0 \quad \forall x_1 x_2 \geq 0$$

$$D_2 = \frac{400^2}{x_1^4 x_2^4} - \frac{200^2}{x_1^4 x_2^4} = \frac{120000}{x_1^4 x_2^4} \geq 0 \quad \forall x_1, x_2 \geq 0$$

todos los menores principales son no negativos $\rightarrow f$ es convexa

($\underline{\underline{H}}$ es semidefinida positiva)

Convexidad de g:

$$\frac{\partial g_1}{\partial x_1} = \frac{-300}{(x_1+x_2)^2} \qquad \frac{\partial g_1}{\partial x_2} = 2 - \frac{300}{(x_1+x_2)^2}$$

$$\frac{\partial^2 g_1}{\partial x_1^2} = \frac{600}{(x_1+x_2)^3} \qquad \frac{\partial^2 g}{\partial x_2^2} = \frac{600}{(x_1+x_2)^3} \qquad \frac{\partial^2 g}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{600}{(x_1+x_2)^3}$$

$$\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} \dfrac{600}{(x_1+x_2)^3} & \dfrac{600}{(x_1+x_2)^3} \\ \dfrac{600}{(x_1+x_2)^3} & \dfrac{600}{(x_1+x_2)^3} \end{bmatrix}$$

Criterio de Sylvester

$D_1 = \frac{600}{(x_1+x_2)^3} \geq 0$ para todos $x_1, x_2 \geq 0$

$D_2 = 0 \rightarrow$ no negativo

g_1 es convexo.

otra manera: Cálculo de Valores propios:

$$|\underline{\underline{H}} - \lambda \underline{\underline{I}}| = 0$$

$$\begin{vmatrix} A-\lambda & A \\ A & A-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \rightarrow A = \frac{600}{(x_1+x_2)^3}$$

$$(A-\lambda)^2 - A^2 = 0$$

$$\cancel{A^2} - 2\lambda A + \lambda^2 - \cancel{A^2} = 0$$

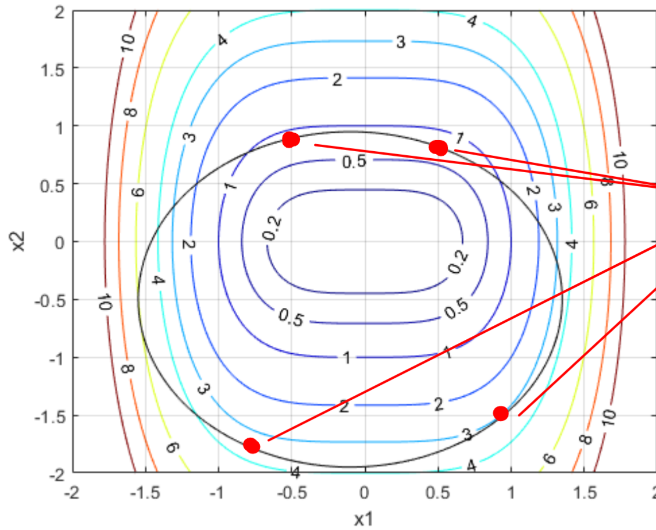
$$\lambda(\lambda - 2A) = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = 2A = \frac{1200}{(x_1+x_2)^3} \end{array}$$

Valores propios no negativos $\rightarrow$ $\underline{\underline{H}}(g)$ es semidefinida positiva entonces g es convexo.

Dado que $g \geq 0$ es convexo, el problema de optimización NO ES CONVEXO Es decir, si se detectara un mínimo, no se puede asegurar que es el global.

2.3

problema 3a. Contornos de la función objetivo y restricción. La región factible corresponde a los puntos de la función objetivo sobre la restricción



minimos aproximados del problema de optimización

Dado que tiene más de un mínimo, el problema no es convexo