



Optimización de Procesos 540.258 2020-1

Examen

1. (1.5 pts.) Considere el siguiente conjunto de restricciones lineales:

$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 &\leq 2 \\ 5x_1 &\leq 10 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- Esquematice la región factible en un gráfico 2-D.
- Añada variables de holgura x_3 y x_4 y formatee el problema como LP estándar.
- Determine mediante operaciones de pivoteo si los siguientes conjuntos de variables pueden dar lugar a una solución básica, y para aquellos que sí, determine cuáles dan lugar a una solución básica factible. $\{x_1, x_2\}$, $\{x_2, x_3\}$, $\{x_3, x_4\}$, $\{x_1, x_4\}$, $\{x_3\}$, $\{x_1, x_2, x_4\}$.
- Para cada solución básica encontrada, indíquela en el gráfico y comente sobre la conexión entre soluciones básicas factibles y puntos óptimos de un LP.

2. (3 pts.) Se tiene el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & f = (x + 2)^2 + (y - 3)^2 \\ \text{Sujeto a:} \quad & g_1 = -5x - y \leq 0 \\ & g_2 = y - x \geq 0 \end{aligned}$$

- Plantee las condiciones necesarias para determinar analíticamente los extremos del problema restringido.
- Analice todos los casos posibles de activación de restricciones y determine analíticamente todos los puntos estacionarios del problema.
- Aplique las condiciones suficientes para clasificar todos los puntos estacionarios. Determine el mínimo global.
- La restricción g_1 cambia a $g_1 = -5x - y \leq 1$, efectúe un análisis de sensibilidad del mínimo global utilizando los multiplicadores de Lagrange. ¿Cuál es el estimado del nuevo valor del mínimo global?
- La restricción g_2 cambia a $g_2 = y - x \geq 0.5$, efectúe un análisis de sensibilidad del mínimo global utilizando los multiplicadores de Lagrange. ¿Cuál es el estimado del nuevo valor del mínimo global?

3. (1.5 pts.) Considere el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & f = 100 - 8x_1^2 - 3(x_2 - 3)^2 \\ \text{Sujeto a:} \quad & 0 \leq x_1 \leq 2 \\ & 0 \leq x_2 \leq 2 \end{aligned}$$

- Use funciones de barrera logarítmicas para transformar este problema restringido en uno no restringido.
- Explique detalladamente cómo resolvería este problema mediante una sucesión de optimizaciones no restringidas.
- Considere el caso $\mu = 1$ y efectúe dos iteraciones del método de Newton (elija un punto inicial adecuado).