



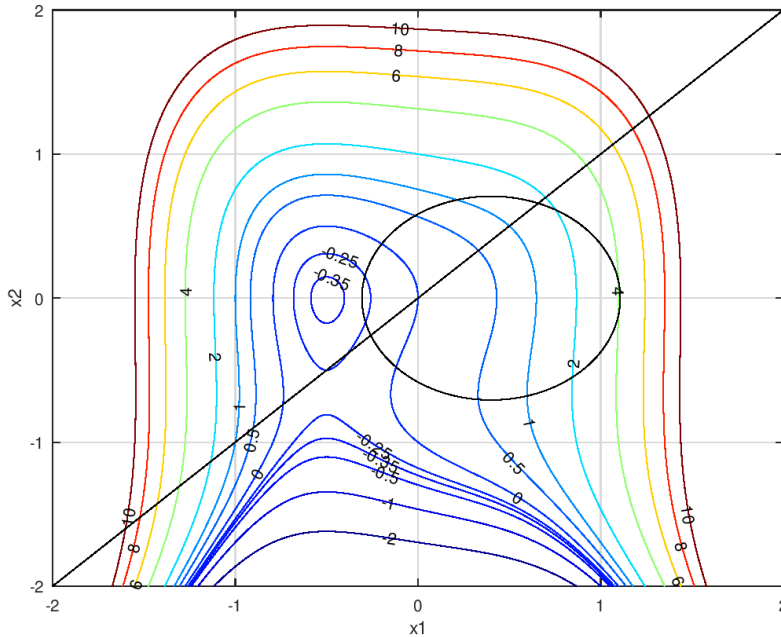
Optimización de Procesos 540.258
2020-1

Certamen 1

1. (4 pts.) Se tiene el siguiente problema de optimización:

Minimizar $f = 2x_1^4 + x_2^3 + x_2^2 + x_1$
Sujeto a: $g_1 = (x_1 - 0.4)^2 + x_2^2 \leq 0.5$
 $g_2 = x_1 - x_2 \geq 0$

Algunos contornos de la función objetivo, así como las restricciones, se muestran en el siguiente gráfico:



Parte I (1.5 pts.): Problema restringido

- Muestre en el gráfico la región factible.
- Determine gráficamente, de manera aproximada, el mínimo global (si existe) del problema.
- ¿La región factible es convexa? Déterminelo analíticamente y compare con la información gráfica.

Parte II (2.5 pts.): El problema se modifica de manera que no existen restricciones.

- Determine analíticamente y clasifique, en base a las condiciones suficientes para funciones no restringidas, los puntos estacionarios de $f(x)$.
- Se quiere minimizar direccionalmente la función. Se comienza del punto $\underline{x}^0 = [-2 \ 0]$ en la dirección $\underline{s} = [1 \ 0]$. Parametrice la función.
- Efectúe 2 iteraciones con el método de Newton (Puede utilizar, si lo desea, un software donde esté implementado el algoritmo. Indicar de todas maneras los valores de la función y la variable en cada iteración). Utilice el origen como valor inicial.
- Determine el punto en el espacio (x_1, x_2) que corresponde al avance del método de Newton hacia el mínimo direccional luego de 2 iteraciones.

2. (2 ptos.) Se requiere encontrar el costo mínimo de instalación y operación de una tubería que transporta agua. El costo tiene dos componentes, por un lado el costo de instalación anualizado que tiene la siguiente funcionalidad:

$$C_{inst.} \left(\frac{M\$}{año} \right) = k_1 D^{1.5} L$$

Con D el diámetro de la tubería [m], L el largo de ésta [m] y $k_1 = 1$ [u.a.].

Por otro lado, los costos de operación están relacionados con la energía gastada en impulsar el fluido, que puede ser descrito por la siguiente ecuación:

$$C_{oper.} \left(\frac{M\$}{año} \right) = k_2 Q \left(f \frac{L}{D} \rho v^2 \right)$$

Con Q el caudal [m^3/s], f el factor de fricción de Fanning, ρ la densidad del fluido [kg/m^3], v la velocidad [m/s] y $k_2 = 1$ [u.a.]

Se pueden considerar los siguientes datos:

Flujo volumétrico: $0.001 \text{ m}^3/s$

Largo de la tubería: 100 m

Factor de fricción: 0.002

- Determine analíticamente el costo mínimo.
- Determine la sensibilidad relativa del costo mínimo con respecto al caudal (Q) y con respecto al costo de la electricidad (k_2). Discuta el resultado.