

## Examen

### Optimización de Procesos 2018-1

540.258

1. (2.5 ptos.) Se tiene el siguiente problema de optimización:

Minimizar  $f = x_1^2 + x_2^2$

Sujeto a:  $g_1 = x_2^2 + x_1 - 4 \geq 0$

$$g_2 = x_1 - 3x_2 \geq 0$$

$$g_3 = x_1 + 3x_2 \geq 0$$

Especifique la característica de los siguientes puntos, aplicando las condiciones necesarias y suficientes.

$$\mathbf{x}_A = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_C = \begin{pmatrix} 0.50 \\ 1.87 \end{pmatrix}.$$

Si la restricción  $g_1$  se modifica a  $g_1 = x_2^2 + x_1 - 6 \geq 0$ , estime el nuevo valor del mínimo efectuando un análisis de sensibilidad basado en multiplicadores de Lagrange.

2. (2 ptos.) Una empresa fabrica microprocesadores tipo A y tipo B. El tiempo de instalación de los componentes, de soldado y de inspección para cada tipo de microprocesador se indica en la tabla:

Microprocesador	Tiempo requerido (min/unidad) para:		
	Instalación de componentes	Soldado	Inspección
A	16	10	4
B	10	12	8

Los tiempos disponibles por día para instalación de componentes, soldado e inspección son 1500, 1000 y 500 min, respectivamente. Determine el número de unidades de A y B que se requiere producir para maximizar la utilidad. Se estima que la utilidad que aporta cada tipo de microprocesador es de 15 US\$/unidad para el tipo A y 10 US\$/unidad para el tipo B.

3. (1.5 ptos.) Se tiene el siguiente problema de optimización:

Minimizar  $f = (2x_1 - x_2)^2 + (x_2 + 1)^2$

Sujeto a:  $x_1 + x_2 = 10$

Resuelva el problema mediante un método de penalidad externo. Encuentre analíticamente la solución considerando un valor asintótico de  $r_k$

Demuestre que el punto es un mínimo.

---

i) Problema general de optimización no lineal con restricciones:

Minimizar  $f(\mathbf{x})$

Sujeto a:  $h_i(\mathbf{x}) = 0 \quad i = 1, \dots, m$

$g_j(\mathbf{x}) \geq 0 \quad j = 1, \dots, r$

Lagrangiana:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{u}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m \omega_j h_j(\mathbf{x}) - \sum_{j=1}^r u_j (g_j(\mathbf{x}) - \sigma_j^2)$$

ii) Análisis de sensibilidad usando multiplicadores de Lagrange:

Perturbaciones en las restricciones:

$h_j(\mathbf{x})$  cambia a  $h_j(\mathbf{x}) - \xi_{h_j}$

$g_j(\mathbf{x})$  cambia a  $g_j(\mathbf{x}) - \xi_{g_j}$